1. Präsenzübung zur Vorlesung Theoretische Physik IV (Statistische Physik und Thermodynamik)

für Freitag, den 27. April 2007
Für die aktive Mitarbeit gibt es 2 Punkte !

Aufgabe P1:
Gegeben seien M Kinder sowie N gleichartige (unterscheidbare) Bonbons (ohne Zucker). Ein einzelnes Bonbon falle mit Wahrscheinlichkeit p_i Kind i zu, $i = 1, ..., M$. Alle N Bonbons werden unabhängig auf die M Kinder verteilt, wobei in jedes Kind beliebig viele Bonbons passen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das i-te Kind n_i Bonbons bekommt?

Aufgabe P2: *Skatspiel*
Beim Skatspiel werden 32 Karten - von den vier "Farben" Kreuz, Pick, Herz, Karo jeweils As, König, Dame, Bube, Zehn, Neun, Acht, Sieben auf die drei Spieler A, B, C, - je 10 Karten - und den "Skat" - 2 Karten - zufällig verteilt. Spieler A hat genau 2 Buben erhalten. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit p, dass der Mitspieler B oder C die beiden anderen Buben in seiner Hand hält ?
Hinweis: Betrachten Sie am einfachsten das Verhältnis der günstigen (= B hat genau zwei Buben) zu den möglichen Blättern für Spieler B.

Aufgabe P3: *Random Walk: Betrunkene Zeitgenossen und der Laternenpfahl*
Ein Laternenpfahl stehe in der Mitte zwischen den beiden Enden einer geraden Straße vor einer Kneipe. Polizeistunde.

a) Ein Betrunkener starte von der Laterne aus seine eindimensionale Bewegung entlang der Straße. Dabei mache er mit gleicher Wahrscheinlichkeit gleichlange Schritte entweder in die eine oder die andere Richtung. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Mann nach N Schritten wieder am Laternenpfahl angelangt ist, (i) falls N gerade bzw. (ii) ungerade ist ?

b) *Wer Lust hat, überlege sich noch folgende Zusatzfrage:* Zwei Betrunkene starten gemeinsam von der Laterne jeweils die gleiche eindimensionale Bewegung mit gleichen Wahrscheinlichkeiten wie in (a) sowie gleich langen Schritten. Man bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sie sich nach N Schritten wieder treffen, wobei man voraussetze, dass sie ihre Schritte gleichzeitig machen. *Hinweis:* Es kann hilfreich sein, die Relativbewegung zu betrachten.

Der Theoretiker
Auszug aus "Physicists continue to laugh", MIR Verlag Moskau 1968.

Bittet man einen theoretischen Physiker, zum Beispiel die Stabilität eines gewöhnlichen Tisches mit vier Beinen zu berechnen, so wird er in Kürze vorläufige Resultate erhalten, die sich auf einbeinige Tische beziehen oder auf einen Tisch mit unendlich vielen Beinen. Den Rest seines Lebens wird er erfolglos damit verbringen, das gewöhnliche Problem eines Tisches mit einer beliebigen, endlichen Anzahl von Beinen zu lösen.

Aufgabe P4 (falls noch Zeit): *Integrale, Maxwell-Verteilung*
Berechnen Sie

a)
$$I_0(1) := \int_0^\infty dx\, e^{-x^2}$$
nach *Physikerart* aus
$$\sqrt{\int_{-\infty}^\infty dx \int_{-\infty}^\infty e^{-(x^2+y^2)}}$$
mit Polarkoordinaten. (1 Punkt)

b) Dann
$$I_1(\lambda) := \int_0^\infty dx\, x \cdot e^{-\lambda x^2}$$

c) Führen Sie die Integrale
$$I_n(\lambda) \; := \int_0^\infty dx\, x^n \cdot e^{-\lambda x^2}$$
durch Differentiation nach dem Parameter λ auf $I_0(\lambda)$oder $I_1(\lambda)$ zurück für alle natürlichen $n > 1$ und bestimmen Sie damit

d) $I_2(\lambda), I_3(\lambda)$ und $I_4(\lambda)$