

5. ÜBUNGSBLATT ZUR VORLESUNG THEORETISCHE PHYSIK IV (STATISTISCHE PHYSIK UND THERMODYNAMIK)

Abgabe: Freitag, 25. Mai 2007 in den Übungen.

Aufgabe 5.1:

Ein klassisches Teilchen befinde sich bei Temperatur T in einem Potential

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } -a \leq x < 0, \\ V_0 > 0 & \text{für } 0 \leq x < 2a, \\ +\infty & \text{sonst} \end{cases}$$

($V_0 = \text{const.}$)

- a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten p_l und p_r dafür, dass sich das Teilchen links ($x < 0$) bzw. rechts ($x > 0$) befindet. **(2 Punkte)**
- b) Bei welcher Temperatur sind beide Wahrscheinlichkeiten gleich? **(1 Punkt)**

Aufgabe 5.2:

Ein quantenmechanischer harmonischer Oszillator befinde sich in einem Wärmebad. Wie groß muß die Temperatur sein, damit er mit gleicher Wahrscheinlichkeit im Grundzustand bzw. angeregt ist? **(2 Punkte)**

Aufgabe 5.3:

Betrachten Sie ideale Gase von Bosonen sowie von Fermionen. Die Großkanonische Zustandssumme lässt sich dann für die beiden Systeme folgendermaßen zusammenfassen (vergleichen Sie mit den in der Vorlesung hergeleiteten Ausdrücken):

$$\ln Z_{grk} = \mp \sum_{\nu} \ln \left(1 \mp e^{-\beta(E_{\nu} - \mu)} \right) \quad (*)$$

Dabei gelten die oberen Vorzeichen für das Bose-Gas und die unteren Vorzeichen für das Fermi-Gas.

- a) Berechnen Sie für beide Fälle

$$\bar{N} = \sum_{\nu} \bar{n}_{\nu} = \frac{1}{\beta} \frac{\partial}{\partial \mu} \ln Z_{grk}$$

und lesen Sie aus dem Ergebnis die mittleren Besetzungszahlen \bar{n}_{ν} der Zustände ab. **(1 Punkt)**

- b) Berechnen Sie die Entropie

$$S = k \left(1 - \beta \frac{\partial}{\partial \beta} \right) \ln Z_{grk}$$

für beide Fälle. Leiten Sie einen Ausdruck für S her, in dem nur die mittlere Besetzungszahlen \bar{n}_{ν} vorkommen. Was ergibt sich für die Entropie S im klassischen Grenzfall $\bar{n}_{\nu} \ll 1$? **(5 Punkte)**

b.w.

Aufgabe 5.4: Verdünntes ideales Gas, klassischer Grenzfall

- a) Berechnen Sie $\ln(Z_{grk})$ (siehe (*) aus Aufgabe 5.3) für freie Teilchen in einem Würfel der Kantenlänge L im thermodynamischen Grenzfall für $\mu < 0$ und $e^{-\beta(E_\nu - \mu)} \ll 1$. Ersetzen Sie dazu die Summe über die Einteilchenzustände durch ein Integral und entwickeln Sie den Logarithmus.
Was ergibt sich für Fermionen bzw. Bosonen ? **(3 Punkte)**
- b) Berechnen Sie mit dem Ergebnis aus Aufgabenteil a) die mittlere Teilchenzahl \bar{N} sowie die mittlere Energie \bar{E} . Drücken Sie \bar{E} durch \bar{N} und T aus. **(2 Punkte)**

Satyendranath Bose

Born: 1 Jan 1894 in Calcutta, India
Died: 4 Feb 1974 in Calcutta, India



Click the picture above
to see five larger pictures

Show birthplace location

[Previous](#) (Chronologically) [Next](#) [Biographies Index](#)

[Previous](#) (Alphabetically) [Next](#) [Main index](#)

Satyendranath Bose studied at the University of Calcutta, then taught there in 1916, taught at the University of Dacca (1921-45), then returned to Calcutta (1945-56). He did important work in quantum theory, in particular on Planck's black body radiation law.

Bose sent his work *Planck's Law and the Hypothesis of Light Quanta* (1924) to Einstein. He wrote a covering letter saying:-

Respected Sir, I have ventured to send you the accompanying article for your perusal and opinion. You will see that I have tried to deduce the coefficient .. in Planck's law independent of classical electrodynamics.

It was enthusiastically endorsed by Einstein who saw at once that Bose had removed a major objection against light quanta. The paper was translated into German by Einstein and submitted with a strong recommendation to the *Zeitschrift für Physik*. Einstein extended Bose's treatment to material particles whose number is conserved and published several papers on this extension.

Bose also published on statistical mechanics leading to the Einstein-Bose statistics. Dirac coined the term *boson* for particles obeying these statistics.

Article by: *J J O'Connor* and *E F Robertson*

Click on this link to see a list of the Glossary entries for this page

Satyendranath Bose

