Theoretische Festkörperphysik

Prof. F. Wegner, Universität Heidelberg, WS 05/06

Abgabe Mittwoch, 26.10.05

1. Lösungsblatt

1) Die Gittervektoren eines hexagonalen Gitters seien $\mathbf{a}_1 = a(1,0,0)$, $\mathbf{a}_2 = a(-1/2, \sqrt{3}/2, 0)$, $\mathbf{a}_3 = c(0,0,1)$. Berechne die reziproken Gittervektoren.

Die reziproken Gittervektoren sind gegeben durch $\mathbf{G}_m = \sum_{i=1}^3 m_i \mathbf{b}_i$ mit ganzen m_i und $\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{b}_j = 2\pi\delta_{i,j}$, was durch $\mathbf{b}_1 = 2\pi \frac{\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3}{[\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3]}$ und zyklisch gelöst wird. Im vorliegenden Fall ist $[\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3] = a^2 c\sqrt{3}/2$, sodass

$$\mathbf{b}_1 = \frac{2\pi}{a}(1, \frac{1}{\sqrt{3}}, 0), \quad \mathbf{b}_2 = \frac{2\pi}{a}(0, \frac{2}{\sqrt{3}}, 0), \quad \mathbf{b}_3 = \frac{2\pi}{c}(0,0,1).$$

folgt.

2) Zeichne die ersten vier Brillouin-Zonen eines rechteckigen Gitters mit $\mathbf{G}_1 = (2K, 0)$ und $\mathbf{G}_2 = (0, K)$. Am besten verwendet man kariertes Papier, zeichnet im $\mathbf{k}$-Raum den reziproken Gittervektor $\mathbf{G}_1$ acht Kästchen nach rechts und $\mathbf{G}_2$ vier Kästchen nach oben ein.

Lösung: 1. Brillouinzone inneres Rechteck (rot), 2. Brillouinzone 2 Trapeze und 2 stumpfwinklige Dreiecke (grün), 3. Brillouinzone 2 dunkle Trapeze und 8 dunkle Dreiecke (blau), 4. Brillouinzone 10 helle Dreiecke und 2 Rauten (gelb). Sämtliche Ecken liegen auf Ecken der Kästchen.