Theoretische Festkörperphysik

Prof. F. Wegner, Universität Heidelberg, WS 05/06

4. Lösungsblatt
Abgabe Mittwoch, 23.11.05 zu Beginn der Vorlesung

7) In Aufgabe 5 wurde gezeigt, dass die Elastizitätsmoduln invariant gegen Vertauschung aller Indices sind, wenn die Kräfte zwischen den Ionen Zentralkräfte sind und der Kristall entspannt ist. Wie kann dies für einen kubischen Kristall überprüft werden?

a) Welche Beziehung muss dann zwischen den drei Schallgeschwindigkeiten in (1,1,0)-Richtung gelten? (2 P.)

Lösung: Es gilt $C_{12} = C_{44}$. Es gilt dann

$$\rho c_1^2 = (\frac{1}{2}C_{11} + \frac{3}{2}C_{44}), \quad \rho c_2^2 = (\frac{1}{2}C_{11} - \frac{1}{2}C_{44}), \quad \rho c_3^2 = C_{44}.$$

Damit folgt

$$c_1^2 = c_2^2 + 2c_3^2.$$

b) Welche Beziehung gilt dann zwischen der longitudinalen Schallgeschwindigkeit in (1,0,0)-Richtung und der transversalen in (1,1,1)-Richtung? (2 P.)

Lösung: Den Ergebnissen der Vorlesung entnimmt man in diesem Spezialfall $c_{l100} = \sqrt{3}c_{t111}$.

c) Welche Beziehung erhält man zwischen der longitudinalen und der transversalen Schallgeschwindigkeit im isotropen Fall? (1 P.)

Lösung: In diesem Fall gilt $C_{11} = 3C_{44}$, woraus $c_l = \sqrt{3}c_t$ folgt.

8) Man berechne die Zustandsdichte der Elektronen

a) für das eindimensionale freie Elektronengas, (3 P.)

Lösung:

$$n = \frac{2}{2\pi}2k_{\mathrm{F}} = \frac{2}{\pi}k_{\mathrm{F}} = \frac{2}{\pi}\left(\frac{2m\epsilon_{\mathrm{F}}}{\hbar^2}\right)^{1/2}, \quad D = \frac{1}{\pi\hbar}\sqrt{\frac{2m}{\epsilon}}.$$

b) für das zweidimensionale freie Elektronengas. (2 P.)

Lösung:

$$n = \frac{2}{4\pi^2}\pi k_{\mathrm{F}}^2 = \frac{1}{2\pi}k_{\mathrm{F}}^2 = \frac{1}{2\pi}\frac{2m}{\hbar^2}\epsilon_{\mathrm{F}}, \quad D = \frac{m}{\pi\hbar^2}.$$