Inhalt Elektrodynamik

A Grundgleichungen **2**

1 Grundgleichungen der Elektrodynamik **2**
1.a Ladungen und Ströme . . . 2
1.a.α Ladungsdichte . . . 2
1.a.β Strom und Stromdichte . . . 3
1.a.γ Ladungserhaltung . . . 3
1.b Maxwell-Gleichungen . . . 4
1.c Coulomb- und Lorentz-Kraft . . . 4

2 Dimensionen und Einheiten **5**
2.a Gaußsches Maßsystem . . . 5
2.b Andere Einheitensysteme . . . 5

B Elektrostatik **7**

3 Elektrisches Feld, Potential, Energie des Feldes **7**
3.a Statik . . . 7
3.b Elektrisches Feld und Potential . . . 7
3.b.α Elektrisches Potential . . . 7
3.b.β Elektrischer Fluss und Ladung . . . 7
3.b.γ Potential einer Ladungsverteilung . . . 8
3.c Coulombkraft und Feldenergie . . . 9

4 Elektrischer Dipol und Quadrupol **10**
4.a Das Feld für $r > R$ . . . 10
4.b Transformationseigenschaften . . . 11
4.c Dipol . . . 11
4.d Quadrupol . . . 12
4.d.α Symmetrien . . . 12
4.d.β Symmetrischer Quadrupol . . . 12
4.e Energie, Kraft und Drehmoment eines Multipols im äußeren Feld . . . 12

5 Multipol-Entwicklung in Kugelkoordinaten **14**
5.a Poisson-Gleichung in Kugelkoordinaten . . . 14
5.a.α Der Gradient . . . 14
5.a.β Die Divergenz . . . 14
5.a.γ Der Laplace-Operator . . . 15
5.b Kugelflächenfunktionen . . . 15
5.c Radialgleichung und Multipol-Momente . . . 16
5.d Punktladung am Ort $\mathbf{r}'$, zylindersymmetrische Ladungsverteilung . . . 18

6 Elektrisches Feld in Materie **19**
6.a Polarisation und dielektrische Verschiebung . . . 19
6.b Grenzflächen zwischen Dielektrika . . . 20
6.c Dielektrische Kugel im homogenen elektrischen Feld . . . 21
6.d Dielektrizitätskonstante nach Clausius und Mosotti . . . 22

7 Elektrizität auf Leitern **23**
7.a Elektrische Leiter . . . 23
7.a.α Randbedingungen an der Leiteroberfläche . . . 23
7.a.β Kraft auf Leiter (im Vakuum) . . . 23
7.b Kapazitäten . . . 24
7.c Influenzladungen . . . 25

7.c.α Leiterfreier Raum . . . 26
7.c.β Leitende Ebene . . . 26
7.c.γ Leitende Kugel . . . 27

8 Energie, Kräfte und Spannungen im Dielektrikum 28
8.a Elektrostatische Energie . . . 28
8.b Kraftdichte in einem isotropen Dielektrikum (Flüssigkeit) . . . 28
8.c Maxwellscher Spannungstensor . . . 31

C Magnetostatik 32

9 Magnetische Induktion und Vektorpotential 32
9.a Amperegesetz . . . 32
9.b Magnetischer Fluss . . . 32
9.c Feld einer Stromverteilung . . . 32
9.d Vektorpotential . . . 33
9.e Kraft zwischen zwei Stromkreisen . . . 34

10 Ringströme als magnetische Dipole 35
10.a Feld eines Ringstroms . . . 35
10.b Magnetisches Dipolmoment . . . 36
10.c Kraft und Drehmoment auf einen Dipol im äußeren magnetischen Feld . . . 36
10.c.α Kraft . . . 36
10.c.β Drehmoment . . . 37

11 Magnetismus in Materie 38

D Induktionsgesetz 39

12 Faradaysches Induktionsgesetz 39

13 Induktivitäten und Stromkreise 41
13.a Induktivitäten . . . 41
13.b Stromkreis-Elemente . . . 41
13.c Kirchhoffsche Regeln . . . 42
13.d Energie von Induktivitäten . . . 42
13.d.α Konstante Induktivitäten . . . 43
13.d.β Gegeneinander bewegte Stromkreise . . . 43
13.d.γ Konstante magnetische Flüsse . . . 43
13.d.δ Kraft zwischen zwei Stromkreisen . . . 43
13.d.ϵ Energie eines magnetischen Dipols im äußeren Magnetfeld . . . 44

E Maxwell-Gleichungen 45

14 Vollständige Maxwell-Gleichungen 45
14.a Zur Widerspruchsfreiheit der Maxwell-Gleichungen . . . 45
14.b Maxwell-Gleichnungen für freibewegliche Ladungen und Ströme . . . 45

15 Energie- und Impuls-Bilanz 47
15.a Energie . . . 47
15.b Impuls-Bilanz . . . 48

F Elektromagnetische Wellen **51**

16 Elektromagnetische Wellen im Vakuum und im homogenen isotropen Isolator **51**
16.a Wellengleichung . . . 51
16.b Ebene Wellen . . . 51
16.c Überlagerung ebener periodischer Wellen . . . 52
16.c.α Einschub über Fourier-Reihen und Integrale . . . 52
16.c.β Zurück zu den Maxwell-Gleichungen . . . 53
16.c.γ Zeitmittelwerte und Zeitintegrale . . . 54

17 Elektromagnetische Wellen in homogenen Leitern **56**
17.a Transversal-Schwingungen bei niedrigen Frequenzen . . . 56
17.b Transversal-Schwingungen bei hohen Frequenzen . . . 57
17.c Longitudinale = Plasma-Schwingungen . . . 57

18 Reflexion und Brechung an einer ebenen Grenzfläche **58**
18.a Problemstellung und Ausbreitungsrichtung . . . 58
18.b Grenzbedingungen, Amplituden . . . 58
18.c Diskussion für $\mu_1 = \mu_2$ . . . 59
18.c.α Isolator, $|\sin\alpha_2| < 1$ . . . 59
18.c.β Isolator, $|\sin\alpha_2| > 1$ . . . 60
18.c.γ Metallische Reflexion, $\alpha = 0$ . . . 60
18.c.δ Oberflächenwellen am Leiter . . . 60

19 Hohlleiter **61**
19.a Hohlleiter . . . 61
19.b Lösung für rechteckigen Querschnitt . . . 62
19.c Wellenpakete . . . 63

G Elektrodynamische Potentiale **64**

20 Elektrodynamische Potentiale, Eichtransformationen **64**
20.a Potentiale . . . 64
20.b Eichtransformationen . . . 64

21 Die elektromagnetischen Potentiale einer allgemeinen Strom- und Ladungsverteilung **66**
21.a Berechnung der Potentiale . . . 66
21.b Eichbedingung . . . 67

22 Ausstrahlung harmonischer Schwingungen **68**
22.a Strahlungsfeld . . . 68
22.a.α Nahzone . . . 68
22.a.β Fernzone . . . 68
22.b Elektrische Dipolstrahlung (Hertzscher Dipol) . . . 69
22.c Magnetische Dipolstrahlung und elektrische Quadrupolstrahlung . . . 70
22.c.α Magnetische Dipolstrahlung . . . 71
22.c.β Elektrische Quadrupolstrahlung . . . 71

H Lorentz-Invarianz der Elektrodynamik **72**

23 Lorentz-Transformation **72**
23.a Galilei- und Lorentz-Transformation . . . 72
23.b Lorentz-Transformation . . . 73
23.b.α Zeitdilatation . . . 74
23.b.β Längenkontraktion . . . 75

24 Vierskalare und Vierervektoren **76**
24.a Abstand und Eigenzeit als Vierskalare . . . 76
24.a.α Raumartiger Abstand. $s^2 < 0$ . . . 76
24.a.β Zeitartiger Abstand. $s^2 > 0$ . . . 76
24.a.γ Lichtartiger Abstand $s^2 = 0$ . . . 76
24.b Weltgeschwindigkeit als Vierervektor . . . 77
24.c Vierstromdichte . . . 77
24.d Vierpotential . . . 78

25 Elektromagnetischer Feldtensor **80**
25.a Feldtensor . . . 80
25.b Maxwell-Gleichungen . . . 80
25.b.α Die inhomogenen Gleichungen . . . 80
25.b.β Die homogenen Gleichungen . . . 80
25.c Transformation der elektrischen und magnetischen Felder . . . 81
25.d Felder einer gleichförmig bewegten Punktladung . . . 82
25.e Doppler-Effekt . . . 82

26 Zur relativistischen Mechanik **84**
26.a Lorentz-Kraftdichte . . . 84
26.b Lorentz-Kraft auf eine Punktladung . . . 84
26.c Energie und Impuls eines Massenpunktes . . . 84
26.d Bewegungsgleichung . . . 86

27 Lagrange-Funktion **87**
27.a Lagrange-Funktion einer massiven Ladung im elektromagnetischen Feld . . . 87
27.b Lagrangedichte des elektromagnetischen Feldes . . . 87

28 Energie-Impuls-Tensor **89**
28.a Der Tensor . . . 89
28.b Kontinuitätsgleichung für Ladung, Energie und Impuls . . . 90
28.b.α Ladung . . . 90
28.b.β Energie und Impuls . . . 91
28.b.γ Drehimpuls und Schwerpunktsbewegung . . . 91

29 Feld einer beliebig bewegten Punktladung **93**
29.a Liénard-Wiechert-Potential . . . 93
29.b Die Felder . . . 93
29.c Gleichförmige Bewegung . . . 94
29.d Beschleunigte Ladung momentan in Ruhe . . . 95
29.e Abstrahlung, $\beta \neq 0$ . . . 95

A Umrechnung zwischen Maßsystemen der Elektrodynamik **i**

B Formeln zur Vektorrechnung **iii**
B.a Vektoralgebra . . . iii
B.a.α Summationskonvention und orthonormale Basis . . . iii
B.a.β Skalarprodukt . . . iii
B.a.γ Vektorielles Produkt . . . iii
B.a.δ Mehrfachprodukte . . . iv
B.b Vektoranalysis . . . iv
B.b.α Räumliche Differentiation, Nabla-Operator . . . iv
B.b.β Zweifache Ableitung, Laplace-Operator . . . iv
B.b.γ Ableitung von Produkten . . . v
B.c Spezielle Ausdrücke . . . v

B.d Integral-Sätze vi
B.d.α Linien-Integrale vi
B.d.β Flächen-Integrale vi
B.d.γ Volumen-Integrale vi
B.d.δ Volumen-Integrale über Produkte vi
B.e Der Laplace-Operator von $1/r$ und Verwandtes vii
B.e.α Der Laplace-Operator von $1/r$ vii
B.e.β Darstellung eines Vektorfeldes als Summe eines rotationsfreien und eines divergenzfreien Feldes viii

C Kugelflächenfunktionen **ix**
C.a Eigenwert-Problem und Separation der Variablen ix
C.b Zugeordnete Legendre-Polynome ix
C.c Orthogonalität und Normierung xi
C.d Bemerkung zur Vollständigkeit xi