

I Rückblick und Ausblick

©2003 Franz Wegner Universität Heidelberg

In diesem letzten Kapitel wird zum einen ein Rückblick in Form eines knappen Abrisses der geschichtlichen Entwicklung der Elektrodynamik gegeben. Zum anderen aber wollen wir einen einfachen Effekt der allgemeinen Relativitätstheorie, nämlich den, dass der Zeitablauf vom Gravitationspotential abhängt, darstellen.

30 Kurze Geschichte der Elektrodynamik

Ich schließe mit einer kurzen Geschichte der Elektrodynamik. Dabei habe ich vorwiegend die folgende Literatur verwendet:

SIR EDMUND WHITTAKER, A History of the Theories of Aether and Electricity

EMILIO SEGRÈ, Die großen Physiker und ihre Entdeckungen, Teil 1, Piper Band 1174

WILHELM H. WESTPHAL, Physik, Springer-Verlag

WILHELM H. WESTPHAL, Anhang I, Physikalisches Wörterbuch

MAX BORN, EMIL WOLF, Principles of Optics, Historical Introduction

EDMUND HOPPE, Geschichte der Physik

Encyclopedia Britannica: Stichworte 'Electromagnetic Waves' und 'Magnetism'

WOLDEMAR VOIGT, Theoretische Physik

J.D. JACKSON and L.B. OKUN, Historical roots of gauge invariance, Rev. Mod. Phys. 73 (2001) 663.

Eine geschichtliche Entwicklung nachzuzeichnen ist nicht einfach. Zum einen stellt sich die Frage, ob man hinreichend vollständige Quellen hat. Zum zweiten werden häufig mehrere Personen für Entdeckungen oder Erklärungen genannt, zuweilen zu recht unterschiedlichen Zeiten. Dies kann daran liegen, dass diese Personen von ihren Entdeckungen gegenseitig nichts wussten. Es kann aber auch daran liegen, dass sie die Erscheinung unterschiedlich gut beobachtet oder erklärt haben. Manchmal haben sie das Ergebnis auch besonders gut weitergegeben, so dass ihre Arbeit sehr populär wurde und sie als vermeintliche Autoren galten.

Wer hat zum Beispiel die Entstehung des Regenbogens erklärt? DIETRICH VON FREIBERG, MAHMUD AL SCHIRAZI und KAMAL AL-DIN, die anfangs des 14. Jahrhunderts fanden, dass im Regentropfen der Sonnenstrahl zweimal gebrochen und ein- oder zweimal reflektiert wird, oder DESCARTES, der um 1625 fand, dass der dadurch insgesamt entstehende Brechwinkel ein Extremum annimmt, so dass in diese Richtung eine besonders hohe Intensität an Licht gebrochen wird, oder YOUNG und AIRY, die um 1820 und 1836 die Wellennatur des Lichts berücksichtigten? Alle haben ein Stück zu unserem Wissen beigetragen.

Anfangs waren es vor allem drei verschiedene Phänomene der Elektrodynamik, die dem Menschen auffielen, ohne dass er Zusammenhänge zwischen diesen erahnte. Das offensichtlichste war das Licht, das ihm hervorragende Orientierung bot und ihm zuweilen mit furchterregenden und auch angenehmen Erscheinungen entgegentrat, wie dem Blitz und dem Regenbogen.

Zwei andere schon im Altertum bekannte Phänomene waren weitaus seltener zu beobachten, die seltsamen Eigenschaften zweier Minerale, Bernstein (*ηλεκτρον*) und Magnetit (*η λιθοζ Μαγνητις*). Ersterer zieht leichte Körper an, wenn man ihn reibt, letzterer hat die Kraft, Eisen anzuziehen und trägt seinen Namen von der Stadt Magnesia in Thessalien, wo man ihn findet. Man sagt, THALES VON MILET (um 600 v. Chr.) habe bereits die Eigenschaften dieser Minerale gekannt.

Entsprechend entwickelten sich die Untersuchungen dieser Phänomene parallel zueinander in einer Theorie des Lichts, der Elektrostatik und der Magnetostatik, bevor man erkannte, dass diese miteinander verknüpft sind.

30.a Theorie des Lichts bis FRESNEL

HERON VON ALEXANDRIEN begründete die Gleichheit von Einfallswinkel und Reflexionswinkel bei einem Spiegel damit, dass das Licht den kürzesten Weg nehme. Generell war man im Altertum und weitgehend im Mittelalter der Ansicht, dass die Naturabläufe einen Endzweck haben. Man fragte sich: *Warum* läuft etwas so ab und nicht *wie* läuft es ab?

HERON und PTOLEMÄUS vertraten die Ansicht, dass man mit Sehstrahlen sah, die vom Auge ausgingen und vom gesehenen Objekt reflektiert wurden. ALHAZEN (ibn al Haitham) kam zur korrekten Ansicht, dass das Licht von der Sonne oder einem anderen strahlenden Körper ausging und vom Körper reflektiert in unser Auge gelangte. ALHAZEN machte bedeutende Entdeckungen auf dem Gebiet der Optik (1030): Lochkamera und Parabolspiegel. KEPLER lernte sehr viel aus seinen Werken. ALHAZEN wusste bereits, dass bei der Brechung der einfallende, der reflektierte und der gebrochene Lichtstrahl in einer Ebene liegen.

In das 13. Jahrhundert gehört die Erfindung der Brille.

Die Erklärung der Entstehung des Regenbogens durch zweimalige Brechung und ein- oder zweimalige Reflexion des Sonnenlichts im Regentropfen wird zu Beginn des 14. Jahrhunderts von DIETRICH VON FREIBERG und von AL-SCHIRAZI und KAMAL AL-DIN gegeben.

SNELLIUS VON ROYEN fand experimentell das nach ihm benannte Brechungsgesetz um 1621. DESCARTES gab eine theoretische Herleitung unter der Annahme, dass die Geschwindigkeit in den beiden Medien feste Werte hat und die Komponente parallel zur Grenzfläche erhalten bleibt. Die Herleitung wird korrekt, wenn der Geschwindigkeitsvektor durch den Wellenvektor ersetzt wird. FERMAT führte dagegen das Prinzip der kleinsten Zeit (1657) ein und leitete daraus das Brechungsgesetz (1661) her.

HOOKE war vermutlich 1667 der erste, der in seiner Arbeit *Micrographia* das Licht als Welle beschrieb, da er Beugungserscheinungen beobachtet hatte, und durch theoretische Betrachtung des Verlaufs der Wellenfronten das Brechungsgesetz herleitete. HUYGENS hängt ebenfalls der Wellentheorie in seinem *Traité de la lumière* (1678-1690) an. Wichtig wurde später vor allem für die Theorie der Beugung, aber auch der Brechung, das Prinzip von HUYGENS: Jeder Punkt einer Wellenfront kann selbst wieder als Quelle einer Sekundärwelle betrachtet werden. NEWTON wird weitgehend mit der Emanationstheorie in Verbindung gebracht, das heißt mit der Vorstellung, Licht sei korpuskularer Natur. Das ist nicht ganz korrekt. NEWTON vermied es lange Zeit, Vorstellungen einzuführen, die nicht experimentell überprüfbar waren. 'Um einen Disput zu vermeiden und diese Hypothese allgemein zu machen, soll jedermann hier seine Vorliebe haben; nur was immer das Licht sein mag, nehme ich an, dass es aus Strahlen besteht, die sich nach den jeweils herrschenden Umständen durch Größe, Form oder Energie unterscheiden.' Später allerdings favorisierte er die Korpuskular-Theorie.

NEWTON untersuchte die Farben dünner Blättchen intensiv. Er nahm an (*Opticks*), dass 'jeder Lichtstrahl bei seinem Durchgang durch eine reflektierende Oberfläche in einen Übergangszustand gebracht wird, welcher beim Fortgang des Strahls sich in gleichen Abständen wiederholt; bei jeder Wiederholung entlässt er den Strahl leicht durch die nächste reflektierende Oberfläche und zwischen den Wiederholungen lässt er ihn reflektieren.' Er fand, dass die Intervalle zwischen leichtem Durchgang mit der Farbe variieren und diese am größten für rotes, am kürzesten für violettes Licht waren. Hätte er das Wellenbild akzeptiert, so hätte er die Wellenlängen des sichtbaren Lichts bestimmen können.

Das inzwischen bekannte Phänomen der Doppelbrechung erklärte NEWTON 1717 durch unterschiedlich geformte Querschnitte der Lichtkorpuskel, was der Idee einer transversalen Polarisation nahe kommt. HUYGENS Wellentheorie maß dem Äther elastische Eigenschaften bei; er zog dabei allerdings nur longitudinale Wellen in Erwägung und musste zur Erklärung der Doppelbrechung zwei verschiedene Arten von Wellen einführen, von denen sich eine isotrop, die andere dagegen sphäroidal ausbreitete. Zu jener Zeit wurde NEWTON's Erklärung überwiegend akzeptiert.

In diesem Kurs haben wir die Doppelbrechung und die Beugung nicht behandelt. Sie spielten in der Entwicklung der Theorie des Lichts eine wichtige Rolle. Es sei angemerkt, dass Doppelbrechung in anisotropen Kristallen auftritt, in denen die Dielektrizitätskonstante ein Tensor ist.

1675 konnte RÖMER durch Beobachtung der Verdunklung der Jupitermonde erstmals die Zeit bestimmen, die das Licht für die Strecke Sonne-Erde benötigt. Bis dahin war es nicht klar, ob sich Licht instantan oder mit endlicher Geschwindigkeit ausbreitet.

1728 fand JAMES BRADLEY die Aberration, das heißt eine Veränderung der Richtung des Lichts von einem Stern auf Grund der senkrechten Bewegung der Erde gegen das Licht. Dies wurde als Beweis für die Korpuskularnatur des Lichts angesehen. bereits 1677 hatte RÖMER in einem Brief an HUYGENS ein derartiges Phänomen vermutet.

1744 griff MAUPERTUIS die Kontroverse zwischen DESCARTES und FERMAT wieder auf. Er war zwar von der Korpuskularnatur des Lichts überzeugt, wollte aber FERMAT'S Methode erhalten. Er forderte daher, dass 'der Weg derjenige ist, für den die Wirkung am kleinsten wird' und erlangte, dass an Stelle von FERMAT'S $\int dt = \int ds/v$ jetzt $\int v ds$ extremal werden sollte. Er führte damit erstmals das Prinzip der kleinsten Wirkung ein, das alsbald auch von EULER und LAGRANGE aufgegriffen wurde und heute als das Prinzip gilt, das die Dynamik der Natur

beherrscht.

1801 führte THOMAS YOUNG das Konzept der Interferenz zweier Wellen ein und brachte damit das HUYGENSSCHE Konzept von neuem ins Spiel. Er ist in der Lage, die NEWTONSchen Ringe mit diesem Konzept zu erklären. MALUS fand 1808, dass reflektiertes Licht normalerweise partiell polarisiert ist und fand den Winkel der Totalpolarisation, jetzt als BREWSTERScher Winkel bekannt (nach Gl. 18.22). Das Problem, den außergewöhnlichen Strahl in doppelbrechenden Kristallen zu erklären, verblieb mit Erklärungen beider Seiten: LAPLACE argumentiert 1808 mit der Wirkungsfunktion für Korpuskel, YOUNG 1809 für Wellen, wobei sich beide nur in der Anisotropie des Kristalls einig sind. Die Situation wurde noch komplexer, als BREWSTER 1815 auch Kristalle mit zwei außergewöhnlichen Strahlen entdeckte (der Fall dreier verschiedener Eigenwerte des Dielektrizitätstensors).

Für 1818 schrieb die französische Akademie einen Preis für die Erklärung der Beugung aus. Die Anhänger der Emissionstheorie (LAPLACE, POISSON, BIOT) waren siegessicher, aber FRESNEL legte eine Arbeit vor, in der er fußend auf den Arbeiten von HUYGENS and YOUNG die Beugung für mehrere Anordnungen mit der Wellentheorie beschrieb. POISSON, der die Arbeit sorgfältig studierte, fand, dass im Mittelpunkt des Schattens einer kreisförmigen Scheibe ein heller Fleck sein müsste und verlangte eine experimentelle Überprüfung. ARAGO fand den hellen Fleck und FRESNEL gewann den Preis. Nachdem YOUNG auch 1818 die Aberration mit der Wellentheorie erklärt hatte, wurde diese die führende Theorie.

YOUNG schlug 1817 erstmals vor, bei Licht könne es sich um Transversalwellen handeln. Dies wurde unterstützt durch die Beobachtung, dass zwei senkrecht zueinander polarisierte Lichtstrahlen keine Interferenz zeigen. FRESNEL griff diese Idee auf und entwickelte in den Folgejahren eine erfolgreiche Theorie der Doppelbrechung, obwohl ihm die MAXWELL-Gleichungen noch nicht zur Verfügung standen. Geschickte Experimente von AIRY (1831) zur Unterdrückung von NEWTONSchen Ringen bei Einstrahlung des Lichts unter dem BREWSTER-Winkel und die Messung der Lichtgeschwindigkeit in Luft und Wasser bewiesen die Wellennatur des Lichts. (Im Medium größerer Brechzahl sagt die Wellentheorie eine kleinere, die Korpuskulartheorie eine größere Geschwindigkeit vorher.)

FRESNEL leitete einen Ausdruck für die Änderung der Lichtgeschwindigkeit in einem bewegten Medium her, der experimentell von FIZEAU (1851) bestätigt wurde. Es gab jedoch mehrere verschiedene Theorien darüber unter anderem auch eine von STOKES (1846). Verschiedene Ideen rivalisierten bei der Frage, in welchem Umfang Materie den Äther mitführt.

Es sei bemerkt, dass der Äther als elastischer Festkörper in der Folgezeit viele hervorragende Wissenschaftler beschäftigte und die Elastizitätstheorie zur Blüte brachte. Bei der Anwendung auf das Licht blieb es jedoch ein Problem, Longitudinalwellen zu unterdrücken..

Ein Rätsel blieb, ob der Raum oberhalb der Erde ein Plenum sei, das dem Licht die notwendigen elastischen Eigenschaften zur Ausbreitung gibt, oder ein Vakuum, das den Planeten ihre Bewegungen erlaubt. Diese Diskussion bestand schon Jahrhunderte vorher. Nach DESCARTES war der Raum ein Plenum, von einem Medium ausgefüllt, unseren Sinnen nicht wahrnehmbar, das Kräfte übertragen kann und Effekte auf die materiellen Körper übertragen kann, die in ihm eingebettet sind, genannt Äther. GASSENDI, ein Anhänger von KOPERNIKUS und GALILEI, führte hingegen die Doktrin der antiken Atomisten wieder ein, dass das Universum aus massebehafteten Atomen, ewig und unveränderlich bestehe, die in einem Raum, der abgesehen von ihnen selbst leer ist. Seine Doktrin wurde bald darauf von NEWTON aufgenommen und wurde Ausgangspunkt der darauffolgenden Naturphilosophie.

30.b Elektrostatik

Bereits THALES VON MILET (600 v. Chr.) berichtet, dass geriebener Bernstein (griechisch 'elektron') leichte Körper anzieht. Um 1600 entdeckte GILBERT, dass viele andere Stoffe durch Reiben die gleiche Eigenschaft annehmen. Er prägte hierfür den Begriff 'elektrisch'. Das Wort 'Elektrizität' wurde von BROWNE 1646 eingeführt. GILBERT arbeitete auch wesentliche Unterschiede zwischen magnetischen und elektrischen Kräften heraus. (Magnete sind im Gegensatz zu elektrisierten Körpern permanent. Magnetische Kräfte werden durch andere Substanzen nicht abgeschirmt. Magnete ziehen nur magnetisierbare Substanzen an, elektrisierte alle.)

OTTO VON GUERICKE, bekannt durch die Herstellung des Vakuums in den Magdeburger Kugeln, machte sehr frühzeitig - 1672 erschien die *Experimenta nova magdeburgica* - eine Reihe wichtiger Entdeckungen auf dem Gebiet der Elektrizität: Er führte das erste Mal die Unterscheidung zwischen Leitern und Nichtleitern ein,

beobachtete elektrische Abstoßung und Anziehung, die Influenz und baute die erste brauchbare Elektrisiermaschine. Seine Entdeckungen fanden aber offensichtlich keine allgemeine Beachtung.

WALL verglich 1708 den Funken, der von geriebenem Bernstein mit einem Knall überspringt, mit Donner und Blitz, ein Hinweis darauf, dass es sich beim Blitz um eine elektrostatische Entladung handelt.

GRAY fand 1729, dass Elektrizität durch bestimmte Stoffe übertragen wird, die DESAGULIERS Nicht-Elektrika oder Leiter nannte. GRAY fand auch, dass sich die Elektrizität auf der Oberfläche von Körpern ansammelt. DUFAY beobachtete 1734, dass es zwei Arten von Elektrizität gibt, Glas- und Harzelektrizität und dass sich gleichartige abstoßen, verschiedenartige anziehen.

Verbesserte Elektrisiermaschinen wurden in verschiedenen Varianten zwischen 1744 und 1746 von JOHANN HEINRICH WINKLER, GEORGE MATTHIAS BOSE und BENJAMIN WILSON entwickelt.

Der Kondensator in Form der Leidener Flasche wurde 1745 von PIETER VAN MUSSCHENBROEK erfunden, unabhängig davon vermutlich etwas früher von EWALD VON KLEIST, aber erst 1746 von J. G. KRÜGER beschrieben.

WILLIAM WATSON schloss 1746, dass 'durch das Laden oder Entladen einer Leidener Flasche Elektrizität transferiert wird, aber nicht erzeugt oder vernichtet.' 'Unter geeigneten Umständen war es möglich die Elektrizität in einigen Körpern rarer zu machen als sie natürlicherweise ist, und durch Übertragung auf andere Körper denen eine zusätzliche Menge zu geben und deren Elektrizität dichter zu machen.' Dies war ein erster Hinweis auf die Erhaltung der Ladung.

Ähnliche Experimente, die BENJAMIN FRANKLIN nach einem Vortrag von DR. SPENCE, der von Schottland nach Amerika gekommen war, durchführte, brachten ihn 1747 ebenfalls zur Schlussfolgerung, 'dass die Gesamtmenge Elektrizität eines isolierten Systems unveränderlich ist'. Populär wurde FRANKLIN durch die Erfindung des Blitzableiters. Er bemerkte, dass es sich beim Blitz um eine elektrische Entladung handelt.

Die Einführung der Vorzeichen für die Ladung wird sowohl FRANKLIN als auch LICHTENBERG (1777) zugeschrieben: 'Ich nenne diejenige Elektrizität positiv, die, durch blankes Glas erregt, auf leitende Körper geleitet wird; die entgegengesetzte nenne ich negativ.'

AEPINUS und WILCKE kamen zu dem Ergebnis, dass 'gewöhnliche Materie' (darunter verstanden sie ungefähr das, was wir heute Materie ohne äußere Elektronen nennen würden) sich abstößt, die Teilchen der 'elektrischen Flüssigkeit' (heute äußere Elektronen) sich ebenfalls abstoßen und gewöhnliche Materie und die elektrische Flüssigkeit einander anziehen. Weiterhin stellten sie fest, dass Glas und sogar Luft für die elektrische Flüssigkeit undurchdringlich ist, obwohl sich die elektrische Wechselwirkung über größere Entfernungen erstreckt.

Das Phänomen der Influenz (auch elektrische Induktion), das schon von GUERICKE, JOHN CANTON und WILCKE beobachtet worden war, erklärte AEPINUS 1757 mit den elektrostatischen Kräften und der freien Beweglichkeit der elektrischen Flüssigkeit. WILCKE beschrieb 1762 viele Experimente im Zusammenhang mit der Influenz und argumentiert, dass ein Dielektrikum im elektrischen Feld polarisiert ist.

JOSEPH PRIESTLEY berichtet 1767 in seinem wenig beachteten Werk *History and present State of Electricity* von einem von FRANKLIN ausgeführten und von ihm wiederholten Experiment, dass im Inneren einer Metalldose keine elektrische Kraft auftritt und die Innenflächen keine Ladungen tragen. Er schließt daraus, dass sich gleichnamige Ladungen mit einer Kraft abstoßen, die umgekehrt proportional zum Quadrat des Abstandes ist. 'Können wir nicht aus dem Experiment schließen, dass die Anziehung der Elektrizität denselben Gesetzen wie die Gravitation genügt,... da man leicht zeigen kann, dass die Erde, hätte sie die Form einer Schale, einen Körper im Inneren nicht nach einer Seite mehr anziehen würde als zur anderen.'

DANIEL BERNOULLI hatte 1760 die Vermutung geäußert, dass für die elektrostatische Wechselwirkung ein $1/r^2$ -Gesetz gelten sollte. JOHN ROBISON hatte 1769 vermutlich als erster die $1/r^n$ -Abhängigkeit mit $n = 2 \pm 0.06$ gemessen. CAVENDISH hatte 1771 erklärt, dass die Wechselwirkung mit einer inversen Potenz kleiner als 3 abfällt. ROBISON und CAVENDISH ließen Jahre verstreichen, bis sie ihre Ergebnisse veröffentlichten. CAVENDISH hatte 1775 vergleichende Angaben über die Leitwerte verschiedener Substanzen gemacht (Eisen, Seewasser, etc.).

COULOMB verifizierte 1785 mittels der von MICHELL und unabhängig von ihm entwickelten Drehwaage das $1/r^2$ -Gesetz sehr genau. Die Drehwaage diente auch zur Bestimmung der Gravitationskonstante (CAVENDISH).

POISSON stellte 1813 die nach ihm benannte Gleichung für das elektrostatische Potential auf. LAPLACE hatte 1777 gezeigt, dass der nach ihm benannte Operator angewandt auf das Gravitationspotential in dem Teil des Raums, der materiefrei ist, Null ergibt. POISSON hatte nun die Dichte der Materie mit eingeführt und ausdrücklich darauf hingewiesen, dass dies auch analog im elektrostatischen Fall gilt. Er hat damit das elektrostatische Potential eingeführt und darauf hingewiesen, dass es auf der Oberfläche von Leitern konstant ist. GEORGE GREEN hat 1828 die Überlegungen POISSONS weitergeführt. Wir kennen das GREENSche Theorem (B.67). Die GREENSche

Funktionen sind nach ihm benannt.

WILLIAM THOMSON (LORD KELVIN) (1845) und MOSSOTTI (1847) stellten auf Grund von Überlegungen FARADAYS die Zusammenhänge zwischen Polarisation und elektrischem Feld her, die wir in Abschnitt 6 dargelegt haben, $\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P} = \epsilon\mathbf{E}$, $\rho_P = -4\pi \operatorname{div} \mathbf{P}$.

30.c Magnetostatik

Bereits im Altertum waren Magnete bekannt. Sie sind nach der Stadt Magnesia in Thessalien benannt, in deren Gegend der Magnetstein (Magnetit Fe_3O_4) natürlich vorkommt, der die Eigenschaft hat, anderen Magnetstein und Eisen anzuziehen. Bereits um 1000 waren in China magnetische Nadeln als Richtungsweiser bekannt. Der englische Enzyklopädist ALEXANDER NECKAM berichtet vom Kompass.

Der Kreuzfahrer PETRUS PEREGRINUS DE MARICOURT gab 1269 in seiner *Epistola de magnete* eine genaue Beschreibung der Magnetsteine. Er legte auf einen runden Magnetstein an verschiedenen Stellen eine Eisen-nadel und markierte die Richtungen, welche die Nadel einnahm. Er fand, dass diese Kreise wie die Meridiane der Erde verliefen und sich in zwei Punkten trafen, die er Pole nannte. Er beobachtete, dass ein zerbrochener Magnet zwei Magnete mit Nord- und Südpol bildet, es also keine magnetischen Monopole gibt.

Von zwei magnetischen Polen der Erde sprach zuerst 1588 LIVIO SANUTO. WILLIAM GILBERT gab 1600 eine umfassende Darstellung in seiner Arbeit *De magnete*. Er betont, dass die Erde ein großer Magnet ist.

Ähnlich dem Kraftgesetz zwischen Ladungen untersuchte man auch das Kraftgesetz zwischen den Polen von Magneten. NEWTON gab an, dass die Wechselwirkung fast mit $1/r^3$ abfällt. MICHELL fand 1750 auf Grund eigener Messungen wie auch denen von BROOK TAYLOR und MUSSCHENBROEK das $1/r^2$ -Gesetz, wie auch TOBIAS MAYER 1760, LAMBERT 1766. Dies führte rasch zu der Vorstellung von 'magnetischen Flüssigkeiten' im Sinne magnetischer Ladungen analog zu elektrischen. COULOMB vertrat die These, dass der Magnetismus in Molekülen gefangen sei, und nur innerhalb dieser könnten sich die beiden magnetischen Flüssigkeiten trennen und so eine Magnetisierung bewirken. (Die TAYLOR-Reihe ist nach BROOK TAYLOR benannt, obwohl sie schon vorher bekannt war).

POISSON führte 1824 nach dem elektrischen Potential auch ein magnetisches, ähnlich dem in Unterabschnitt 11.b, ein sowie den quantitativen Begriff der Magnetisierung. Eine weiterführende Theorie wurde von GREEN 1828 gegeben.

WILLIAM THOMSON (LORD KELVIN) stellte 1847 die Gleichungen $\operatorname{div} \mathbf{B} = 0$ und $\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{0}$ für den stromfreien Raum auf, führte die Beziehung $\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M}$ ein, fand den Ausdruck für die magnetische Energiedichte und schloss daraus, dass in der Beziehung $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$, die schon POISSON 1824 mit einem Tensor μ für anisotrope Kristalle einführte, μ symmetrisch sein muss. Er prägte die Begriffe Suszeptibilität und Permeabilität.

30.d Aufbruch zur Elektrodynamik

Lange stellten Elektrizität und Magnetismus zwei von einander unabhängige Phänomene dar. Einen ersten Hinweis auf eine Beziehung ergab sich durch die Beobachtung, dass ein Blitz eine Kompassnadel ausschlagen ließ. Auch gab es vereinzelt Fälle, in denen durch Blitzschlag Magnete ummagnetisiert wurden oder Eisen magnetisiert wurde: 1731, so wird berichtet, schlug ein Blitz in eine Kiste mit Messern und Gabeln, die schmolzen. Beim Aufheben bemerkte man, dass herumliegende Nägel angezogen wurden. Ein Schiff, das 1681 nach Boston fuhr, wurde vom Blitz getroffen. Anschließend zeigten die Kompassnadeln in die umgekehrte Richtung.

Experimentell verbesserte sich die Situation, als VOLTA um 1800 den Prototyp der Batterie mit der nach ihm benannten Säule erfand, die es erlaubte, stetige Ströme zu erzeugen. Tatsächlich stand damit jetzt eine elektrische Leistung zur Verfügung, die die bisherige elektrostatische um einen Faktor 1000 überstieg.

1820 beobachtete ØRSTED, dass eine Magnetenadel durch einen parallel dazu fließenden Strom abgelenkt wurde. Diese Entdeckung verbreitete sich wie ein Lauffeuer in Europa. BIOT und SAVART bestimmten noch im gleichen Jahr quantitativ die Kraft eines geraden Stromes auf einen Magneten. Auf Grund einer Rechnung von LAPLACE für einen geraden Draht und einem anderen Experiment mit einem V-förmigen Draht erschloss BIOT 1824 die Kraft zwischen einem magnetischen Pol und einem Leiterelement, was im wesentlichen dem nun nach BIOT und SAVART benannten Gesetz entspricht.

AMPÈRE nahm 1820 ein Kraft-Gesetz der Form

$$\mathbf{K} = I_1 I_2 \oint \oint \hat{\mathbf{r}}_{12} (f_1(r_{12})(d\mathbf{r}_1 \cdot d\mathbf{r}_2) + f_2(r_{12})(\hat{\mathbf{r}}_{12} \cdot d\mathbf{r}_1)(\hat{\mathbf{r}}_{12} \cdot d\mathbf{r}_2)),$$

$$\mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2, \quad \hat{\mathbf{r}}_{12} = \frac{\mathbf{r}_{12}}{r_{12}}. \quad (30.1)$$

zwischen zwei von Strömen I_1 und I_2 durchflossenen Schleifen an. Durch Vergleich mit seinen Messungen erhielt er $f_1 = A/r_{12}^2$, $f_2 = B/r_{12}^2$. Jeder dieser beiden Beiträge ergibt einzeln bei geeigneter Wahl von A bzw. B die Kraft zwischen zwei geschlossenen Leiterschleifen, vgl. (9.21). AMPÈRE hatte aber bereits beobachtet, dass die Kraft auf ein Leiterelement senkrecht zu diesem steht, was mit $B = -3A/2$ erfüllt wird. So steckt bereits in seinem Kraft-Gesetz die LORENTZ-Kraft, obwohl er den Begriff eines magnetischen Feldes nicht verwendet.

Nach Vorarbeiten von AMPÈRE und ARAGO konstruierte WILLIAM STURGEON 1825 einen Elektromagneten, der das zwanzigfache seines Gewichtes tragen konnte.

HUMPHREY DAVY fand 1821, dass der Leitwert ('leitende Kraft') von Metallen proportional ihrem Querschnitt und invers proportional ihrer Länge waren. GEORG WILHELM OHM fand 1826-27 in seiner Arbeit *Die galvanische Kette* den linearen Zusammenhang zwischen dem Strom durch einen Leiter und der Spannung, die am Leiter anliegt. KIRCHHOFF formulierte 1845 die nach ihm benannten Knoten- und Maschengesetze (13.10, 13.11).

MICHAEL FARADAY, ein Buchbindergeselle mit naturwissenschaftlichen Interessen, bewarb sich 1812 um eine Anstellung bei der Royal Institution in London. Sein Direktor, HUMPHREY DAVY, akzeptierte ihn, kaum ahnend, dass er damit einen der größten zukünftigen Experimentatoren in seinem Institut aufgenommen hatte. (Nach DAVYS Tod wurde FARADAY Direktor des Instituts.) Kurz nach der Entdeckung ØRSTEDS untersuchte FARADAY die Experimente zur Elektrizität und zum Magnetismus, die er 1821 in dem *Historical Sketch of Electro-Magnetism* zusammenfasste. Angeregt durch die Influenz elektrischer Ladungen, d.h. die Beeinflussung elektrischer Ladungen auf einem Leiter durch andere Ladungen, untersuchte er, ob ein Strom in einem Leiterkreis einen Strom in einem anderen Leiterkreis anregen könne. Er fand, dass dies jeweils beim Verändern des Stromes im ersten Leiterkreis geschah. Dies war der Ausgangspunkt für das Induktionsgesetz (1831).

Als ein Politiker FARADAY fragte, was denn seine Entdeckungen wert seien, antwortete er: 'Im Moment weiss ich es noch nicht, aber eines Tages wird man sie besteuern können.' Bekannt sind natürlich auch FARADAYS Arbeiten zur Elektrolyse. Da er selbst keine klassische Ausbildung genossen hatte, bat er WILLIAM WHEELER, einen Philosophen und Mathematiker aus Cambridge um Hilfe bei der Wahl von Termini. Dabei entstanden die uns geläufigen Begriffe wie Elektrode, Anode, Kathode, Ion, Elektrolyse. FARADAY entdeckte auch den Diamagnetismus.

FARADAY arbeitete sehr viel mit dem Konzept elektrischer und magnetischer Feldlinien. Er machte sie durch Gipskriställchen und Eisenfeilspäne sichtbar. Diese Verfahren waren nicht neu, aber bei mathematischen Physikern in der Nachfolge NEWTONS, die das Konzept der Fernwirkung vorzogen, nicht populär. Bereits WILCKE machte die elektrischen Feldlinien sichtbar. Viele Experimente FARADAYS zur Elektrostatik hatte WILCKE bereits durchgeführt. Eine Zusammenstellung von Experimenten zum gleichen Thema beider Physiker findet sich in der *Geschichte der Physik* von HOPPE. Die magnetischen Kraftlinien wurden schon von NICCOLO CABBEO (1629) und PETRUS PEREGRINUS (1269) sichtbar gemacht. Der Leser überlege sich, wieso elektrische und magnetische Kraftlinien durch länglich geformte Körper hoher Dielektrizitätskonstante oder Suszeptibilität sichtbar gemacht werden.

FARADAY hatte eine recht präzise Vorstellung vom magnetischen Feld. Er betrachtete es als Röhren von Feldlinien mit der Eigenschaft, dass das Produkt aus der Feldstärke und dem Querschnitt proportional ist, was der Divergenzfreiheit entspricht. Er stellte fest, dass der induzierte Strom proportional zur Anzahl der Feldlinien ist, die der Leiter überstreicht; wir sagen heute proportional zur Änderung des magnetischen Flusses.

Der Name Elektron wurde 1890 von JOHNSTONE STONEY geprägt. Vorher wurden auch (die heutigen) Elektronen als Ionen bezeichnet.

30.e Elektrodynamik und Wellen

FARADAY beobachtete 1845, dass polarisiertes Licht, das man durch Glas schickt, seine Polarisationssebene ändert, wenn parallel zum Strahl ein Magnetfeld angelegt wird. Das veranlasste ihn zur Vermutung, dass es sich beim Licht um einen elektromagnetischen Vorgang handelt.

Bei den Bemühungen um eine einheitliche Theorie des Elektromagnetismus gab es zwei Stoßrichtungen. Die eine ging vom Induktionsgesetz aus und führte das Vektorpotential \mathbf{A} ein, die zweite verharrte bei der Fernwirkungstheorie und führte im Anschluss an die Untersuchungen AMPÈRES geschwindigkeitsabhängige Kräfte ein.

Das Vektorpotential wurde auf Grund verschiedener Überlegungen eingeführt. FRANZ NEUMANN stellte 1845/48 fest, dass sich die Induktionsspannung als Zeitableitung des Integrals $\oint \mathbf{dr} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r})$ schreiben ließ. Auf Grund anderer Überlegungen, die uns heute nicht mehr so zwingend erscheinen, haben 1846 sowohl WILHELM WEBER als auch WILLIAM THOMSON (LORD KELVIN) das Vektorpotential eingeführt. KIRCHHOFF verwendete es 1857.

KIRCHHOFF (1848) und RIEMANN (1858) fiel auf, dass in den Kraftgleichungen für Ladungen und Ströme Faktoren eingehen, deren Dimension das Quadrat einer Geschwindigkeit c ist. Zwei Ladungen q_1 und q_2 im Abstand r üben die COULOMB-Kraft q_1q_2/r^2 aufeinander aus, zwei Ströme I_1 und I_2 der Länge l im Abstand r ($r \ll l$) die Kraft $kI_1I_2l/(c^2r)$ mit einer Zahlenkonstanten k , die der Leser selbst bestimmen möge. Die Bestimmung von c zeigte, dass diese Geschwindigkeit gut mit der Lichtgeschwindigkeit übereinstimmte. Es waren dann WHEATSTONE 1834, FIZEAU und GOUNELLE 1849, FOUCAULT 1850, die erste Messungen zur Ausbreitungsgeschwindigkeit der Elektrizität durchführten, wobei sie Werte erhielten, die um einen Faktor zwei oder anderthalb zu groß oder zu klein waren. (Dass einige Werte größer als die Lichtgeschwindigkeit waren, war möglich, da nicht alle Anordnungen linear waren.)

Die Einführung unterseeischer Kabel zur Übertragung elektrischer Signale begann 1851 (Dover-Calais). WILLIAM THOMSON (KELVIN) fand 1854, dass sich für hinreichend hohe Frequenzen eine gedämpfte Welle mit nahezu konstanter Geschwindigkeit ausbreitet. KIRCHHOFF fand 1857, dass diese Geschwindigkeit für kreisförmigen Querschnitt mit der Geschwindigkeit c übereinstimmte, die auch als Quotient zwischen den Kräften zwischen zwei Ladungen und zwei Strömen auftritt. Dieser Wert war kurz zuvor von WILHELM WEBER und KOHLRAUSCH zu 3.1×10^{10} cm/sec gemessen worden.

Schließlich war es MAXWELL, dem es auf Grund seiner Vorstellungskraft und analytischen Begabung gelang, die Gleichungen der Elektrodynamik in sich geschlossen darzustellen. Er hatte durch das Studium FARADAYS *Experimenteller Untersuchungen* viel gelernt und doch die notwendige Abstraktion behalten. An FORBES schrieb er 1857, dass er 'keineswegs ein Konvertit zu den Ansichten FARADAYS' war, aber 1858 schrieb er über FARADAY als 'dem Kern alles elektrischen seit 1830.'

MAXWELL verwendete immer noch viele mechanische Analogien wenn er etwa die Felder \mathbf{B} und \mathbf{D} als Geschwindigkeiten einer inkompressiblen Flüssigkeit betrachtet. Er bemerkte 1861, dass in der Gleichung $\text{rot } \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}$ der Verschiebungsstrom $\dot{\mathbf{D}}/(4\pi)$ zu \mathbf{j} hinzuzufügen ist, so dass die Erhaltung der Ladung gewährleistet ist. Aus diesen Gleichungen fand er, dass die Vakuum-Lichtgeschwindigkeit durch c , das im Verhältnis der Kräfte zwischen Ladungen und Strömen auftritt, gegeben ist, was sehr gut mit den gemessenen Werten übereinstimmte. Daraus schloss er 'Wir können kaum die Einlassung umgehen, dass das Licht aus den transversalen Wellen des gleichen Mediums besteht, das die Ursache der elektrischen und magnetischen Phänomene ist.' MAXWELLS Gleichungen enthielten die Potentiale Φ und \mathbf{A} , wobei er die Eichung verwendete, die wir COULOMB-Eichung nennen. Den kompletten Satz der Gleichungen der Elektrodynamik hatte er 1864 in seiner Arbeit *On a Dynamical Theory of the Electromagnetic Field* vorgestellt. Sein komplettes Lehrbuch *Treatise on Electricity and Magnetism* erschien 1871.

1867 veröffentlichte LUDVIG VALENTIN LORENZ seine Theorie des Elektromagnetismus, die den Verschiebungsstrom enthielt und die mit der nach ihm benannten Eichung die Ausdrücke (21.14) und (21.15) für die retardierten Potentiale enthielt. Die Arbeit fußte auf der Potentialtheorie von FRANZ NEUMANN. Auch RIEMANN fand 1858 diese retardierten Potentiale, doch wurde seine Arbeit erst 1867 zusammen mit der LORENZschen veröffentlicht. Vieles, was LUDVIG LORENZ fand, wurde später dem Holländer HENDRICK LORENTZ zugeschrieben, der umfassende Arbeiten zur Elektrodynamik schrieb. Dabei spielte auch die Fast-Namensgleichheit eine Rolle, wie auch die unberechtigte Kritik MAXWELLS (1886) 'Aus den Annahmen dieser beiden Arbeiten können wir die Folgerungen ziehen, erstens, dass Kraft und Gegenkraft nicht immer gleich und entgegengesetzt sind, und zweitens, dass man Apparate konstruieren kann, die beliebige Mengen Arbeit aus ihren Mitteln produzieren können.' Ironischerweise hatte MAXWELL nicht bedacht, dass auch in den Feldern Energie und Impuls steckt. Die LORENTZ-LORENZ-Beziehung (1880), die der CLAUSIUS-MOSSOTTI-Beziehung (6.34) äquivalent ist, wenn man ϵ durch das Quadrat n^2 des Brechungsindex ersetzt, geht auf beide zurück.

In seinem *Treatise on Electricity and Magnetism* leitete MAXWELL den Spannungstensor des elektromagnetischen Feldes her. Der POYNTING-Vektor als Dichte des elektromagnetischen Energiestroms wurde von POYNTING 1884 und von HEAVISIDE 1885 gefunden. Schließlich fand J.J. THOMSON 1893, dass die elektromagnetische Impulsdichte durch den POYNTING-Vektor ausgedrückt werden kann.

1889 gab HEAVISIDE den Ausdruck (1.17) für die Kraft an, die auf eine Ladung in einem Magnetfeld wirkt. 1881 hatte J.J. THOMSON, der Kathodenstrahlen untersuchte, den halben Wert dafür angegeben. LORENTZ gibt das korrekte Ergebnis in seiner Arbeit aus dem Jahr 1895 an. Sie wird heute als LORENTZ-Kraft bezeichnet.

MAXWELL gab bereits 1864 $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ als Beitrag zur elektromotorischen Kraft in einem bewegten Körper an. Schon WILCKE (1758) und FARADAY (1837) hatten den Begriff der Polarisierung eines Isolators eingeführt. Die Vorstellung, dass die Magnetisierung auf atomaren Strömen beruht, findet sich bereits bei COULOMB, AMPÈRE und THOMSON (KELVIN). Dieser Zusammenhang tritt in den Formulierungen MAXWELLS nicht klar heraus. Es ist das Verdienst LORENTZ', dass er 1895 mit seiner *Elektronentheorie* die Felder \mathbf{E} und \mathbf{B} als elementare Felder einführt und klarstellte, dass die beiden anderen \mathbf{D} und \mathbf{H} nur durch Polarisierung und Magnetisierung entstehen. 'Sitz des elektromagnetischen Feldes ist der leere Raum. Es gibt in diesem nur *einen* elektrischen und *einen* magnetischen Feld-Vektor. Dieses Feld wird erzeugt durch atomistische elektronische Ladungen, auf welche das Feld ponderomotorisch zurückwirkt. Eine Verknüpfung des elektromagnetischen Feldes mit der ponderablen Materie besteht nur dadurch, dass elektrische Elementarladungen mit atomistischen Bausteinen der Materie starr verbunden sind.' Lorentz hat damit eine klare Trennung zwischen Elektrodynamik und den Eigenschaften der kondensierten Materie durchgeführt.

ALFRED LIÉNARD und EMIL WIECHERT gaben 1898 und 1900 die Potentiale einer beliebig bewegten Punktladung an.

MAXWELL fand bereits 1873, dass das Magnetfeld unter der Eichtransformation $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A} + \nabla\chi$ invariant ist. Doch untersuchte er nicht die Konsequenzen für das skalare Potential. LORENTZ gab 1904 die allgemeine Eichtransformation an.

Neben LORENTZ haben wir es vor allem auch HENRI POINCARÉ, OLIVER HEAVISIDE und HEINRICH HERTZ zu verdanken, dass sie die Grundzüge der MAXWELLSchen Theorie klarer herausgearbeitet haben, so dass diese eine allgemeine Verbreitung fand.

LARMOR und SCHWARZSCHILD führten 1900 und 1903 das Prinzip der kleinsten Wirkung für das kombinierte System des elektromagnetischen Felds und geladener Teilchen ein.

MICHELSON und Mitarbeiter bestimmten seit 1878 die Lichtgeschwindigkeit mit hoher Präzision. Es war letztendlich HEINRICH HERTZ, dem es 1886 gelang, elektromagnetische Wellen herzustellen (HERTZscher Dipol) und zu detektieren, zunächst im Meter-Bereich, dann auch kürzere. WIENER wies 1890 die Wellennatur des Lichtes nach, indem er es auf einen Spiegel auffallen ließ und die periodische Schwärzung der Photoschicht durch die stehenden Wellen erhielt.

30.f Relativitätstheorie

Um die Geschwindigkeit der Erde gegen den postulierten Äther zu bestimmen, führten MICHELSON und MORLEY ihr Experiment erstmals 1887 mit negativem Ergebnis durch: Keine Bewegung gegen den Äther konnte festgestellt werden. FITZGERALD postuliert 1889, dass sich alle Gegenstände in Richtung der Bewegung gegen den Äther verkürzen. LORENTZ gibt 1892 die Verkürzung bis Ordnung v^2/c^2 an (LORENTZ-Kontraktion, Unterabschnitt 23.b.β). Wesentlich war LORENTZ' Beobachtung, dass die Annahme eines Äthers, der sich mit Materie bewegt, falsch war.

VOIGT fand 1887, dass die homogene Gleichung $\square\Phi = 0$ mit dem d'ALEMBERT-Operator \square (20.13) unter einer Klasse von linearen Transformationen der \mathbf{x} und t invariant ist. LARMOR gab in seiner 1898 fertiggestellten und 1900 erschienen Arbeit *Äther und Materie* bereits die Transformation (23.2) an. Welchen Einfluss dies auf LORENTZ hatte, ist nicht bekannt. 1898 zog POINCARÉ bereits den Begriff der Gleichzeitigkeit in Zweifel. 1899 gab LORENTZ die nach ihm benannte Transformation mit einem unbestimmten Skalenfaktor, der dem Faktor f nach Gleichung (23.14) entspricht, an.

1904 fand LORENTZ, dass die MAXWELL-Gleichungen ohne Ladungen und Ströme invariant unter den Transformationen (23.2) sind, falls man die Felder in geeigneter Weise mittransformiert (siehe Abschnitt 25). 1905 bemerkte POINCARÉ, dass man die Ladungs- und Stromdichten so transformieren kann, dass der volle Satz MAXWELL-Gleichungen invariant unter LORENTZ-Transformationen ist (vgl. Abschnitte 24 und 25).

EINSTEIN formulierte 1905 in Unkenntnis der Arbeit von LORENTZ und gleichzeitig mit der oben genannten Arbeit von POINCARÉ die spezielle Relativitätstheorie in einer allgemeinen und vollständigen Weise. Er bemerkte, dass die Idee einer konstanten Lichtgeschwindigkeit in allen Inertialsystemen eine Realität ist, die nicht nur die Elektrodynamik, sondern die gesamte Physik einschließlich der Mechanik beherrscht, und welche die GALILEI-Invarianz ablöst. Der Grund, dass es so lange dauerte, die (spezielle) Relativitätstheorie zu entwickeln und die Wissenschaftler davon zu überzeugen, dass diese die Realität beschreibt, ist die Rolle, welche die Zeit in ihr spielt.

Es war (und ist für manchen noch heute) schwierig zu akzeptieren, dass man den Begriff einer absoluten (d.

h. vom Inertialsystem unabhängigen) Gleichzeitigkeit aufgeben muss. Mehr zur Geschichte findet man in A. Pais, "Raffiniert ist der Herrgott..." Albert Einstein, Vieweg Verlag Braunschweig. Ein anderes Problem besteht darin, dass damit der Äther als Referenzsystem verschwand.

Eine elegante Formulierung des vierdimensionalen Raums wurde von MINKOWSKI 1908 eingeführt, die von EINSTEIN zunächst als überflüssig bezeichnet, später von ihm aber als nützlich geschätzt wurde. Ausgehend von der speziellen Relativitätstheorie, die in einem ebenen Raum beschrieben wird, entwickelte EINSTEIN die allgemeine Relativitätstheorie unter der Annahme, dass die Gravitation durch eine Krümmung des Raums bewirkt wird.

30.g Von der klassischen zur Quanten-Elektrodynamik

Im Jahre 1900 stellte MAX PLANCK zunächst eine Interpolationsformel zwischen den beiden Grenzfällen für die Energieverteilung des schwarzen Strahlers in Abhängigkeit der Strahlungsfrequenz her, nämlich dem RAYLEIGH-JEANS-Gesetz (1900-1905) für niedrige Frequenzen und dem WIENSchen Gesetz (1896) für hohe Frequenzen, das PLANCKsche Strahlungs-Gesetz. Dieses stimmte hervorragend mit der Beobachtung überein. Wenige Monate später postulierte er, dass dies dadurch zu erklären sei, dass elektromagnetische Strahlung der Frequenz $\nu = \omega/(2\pi)$ keine beliebige Energie haben könne, sondern nur in ganzzahligen Vielfachen von $h\nu$ auftrete, wobei h eine neue Elementarkonstante ist, die man heute als PLANCKsches Wirkungsquantum bezeichnet. Diese Energiequantelung wurde alsbald durch den lichtelektrischen Effekt bestätigt: Die kinetische Energie der an einer Metalloberfläche ausgelösten Elektronen ist von der Lichtintensität unabhängig und hängt nur von der Frequenz des Lichts ab (Lenard 1902).

Von dieser Beobachtung bis zu einer Quanten-Theorie der Elektrodynamik dauerte es ein Vierteljahrhundert. Erst musste die Quantentheorie für die Teilchen, die man bisher als punktförmige Massen angesehen hatte, entwickelt werden, bis auch das elektromagnetische Feld quantisiert werden konnte (P.A.M. DIRAC 1927, P. JORDAN und W. PAULI, 1928; W. HEISENBERG und W. PAULI, 1929; siehe z.B. W. HEITLER, The Quantum Theory of Radiation).

31 Gravitations-Zeitdilatation

31.a Lichtquant im Gravitationsfeld

Wir wollen hier noch einen Effekt der allgemeinen Relativitätstheorie betrachten, der sich elementar herleiten lässt, nämlich den unterschiedlichen Gang von Uhren im Gravitationspotential. Die Aussage ist, dass Uhren in verschiedenen Entfernungen eines massiven Körpers unterschiedlich rasch gehen, weiter entfernt schneller, näher daran langsamer. Dies ist ein Effekt, der beim HAFELE-KEATING-Experiment bereits beobachtet wurde. Bei diesem Experiment ließ man Caesium-Atomuhren im Flugzeug um die Erde fliegen (J. C. HAFELE and R. E. KEATING, Science 177, 166 (1972)). Dabei kann man einmal die Zeitdilatation beobachten, aber der Effekt, dass Uhren in verschiedenen Höhen unterschiedlich gehen, ist von der gleichen Größenordnung. Diesen zweiten Effekt wollen wir nun erklären.

Wir geben zwei Erklärungen: Die erste macht Gebrauch von der Erhaltung der Energie. (Zwar gilt in der allgemeinen Relativitätstheorie der Satz von der Erhaltung der Energie nicht mehr generell. In einem Raum, der außen hinreichend flach wird, gilt er aber trotzdem. Wir brauchen daher diesen Einwand nicht zu beachten.) Fällt ein Körper der Masse m um die Höhe h in einem Gravitationsfeld der Beschleunigung g , so gewinnt er $\delta E = mgh$ an kinetischer Energie. Dies gilt zumindest für Massen einer Geschwindigkeit $v \ll c$.

Das hat zur Konsequenz, dass auch Lichtquanten beim Fallen im Gravitationsfeld Energie gewinnen und beim Aufsteigen gegen das Feld Energie verlieren. Wäre das nicht der Fall, so könnte man ein Perpetuum mobile bauen, indem man Teilchen und Antiteilchen fallen lässt, unten in Lichtquanten zerstrahlen lässt. Diese lässt man nach oben fliegen und bildet wieder das Teilchen-Antiteilchenpaar, wobei man dann dem System die gewonnene potentielle Energie entnehmen könnte. Da sich die Energien aller Masse um $\delta E = mgh = \frac{gh}{c^2}E$ verändert, muss dies auch für Lichtquanten gelten, das heißt wir finden für ein Lichtquant der Energie $E = \hbar\omega$

$$\delta\omega = \frac{\delta E}{\hbar} = \frac{gh}{c^2} \frac{E}{\hbar} = \frac{gh}{c^2} \omega. \quad (31.1)$$

Dieser Verlust an Frequenz beim Verlassen eines Gravitationsfeldes ist als Rotverschiebung im Gravitationsfeld bekannt. Sie lässt sich zum Beispiel mit dem MÖSSBAUER-Effekt messen. Der Frequenzverlust bei einem Höhenunterschied von etwa 20 m genügt bereits. Vergleichen wir nun den Gang zweier Atomuhren unten und oben mit einem Höhenunterschied h , dann beobachtet man oben, dass die Frequenz der unteren Uhr um $\delta\omega$ kleiner ist. Die obere Uhr geht also rascher um einen Faktor

$$1 + \frac{\delta\omega}{\omega} = 1 + \frac{gh}{c^2}. \quad (31.2)$$

31.b Äquivalenz-Prinzip

Die allgemeine Relativitätstheorie bedient sich nicht der Quantentheorie und damit der Beziehung $E = \hbar\omega$. Sie führt aber das Äquivalenz-Prinzip ein. Dieses Prinzip sagt aus, dass sich ein Bezugssystem, das sich frei unter der Gravitationskraft bewegt, wie ein Inertialsystem verhält. Nehmen wir also an, wir betrachten ein System, das sich wie ein freifallender Fahrstuhl bewegt. Nehmen wir an, die untere Uhr sei zu einem bestimmten Zeitpunkt bezogen auf den Fahrstuhl in Ruhe und strahle mit der Frequenz ω nach oben. Bis dieses Licht bei der oberen Uhr angekommen ist, vergeht die Zeit $t = h/c$. Betrachtet von unserem freifallenden Fahrstuhl bewegen sich Erde und Uhren nach der Zeit t mit der Geschwindigkeit $v = gt$ nach oben. Ein Beobachter an der oberen Uhr wird also eine Dopplerverschiebung um die Frequenz $\delta\omega = \omega v/c$ beobachten (für das schwache Gravitationsfeld, das wir hier betrachten, genügt es im Unterabschnitt 25.e nur den Beitrag linear in β zu betrachten). Damit folgt eine Dopplerverschiebung von

$$\delta\omega = \frac{gh}{c^2} \omega, \quad (31.3)$$

was mit dem oben gewonnenen Ergebnis übereinstimmt.

Sie werden jetzt fragen, wie kann man das Äquivalenz-Prinzip anwenden, wenn das Gravitationsfeld nicht überall in die gleiche Richtung und mit der gleichen Stärke wirkt. In der Tat wird dann die Beschreibung komplizierter. Man kann dann nämlich der Beschreibung nicht mehr einen ebenen Raum zu Grunde legen und muss sich dann ernsthaft in die allgemeine Relativitätstheorie einarbeiten.