Theoretische Physik II: Elektrodynamik

Prof. F.Wegner, Universität Heidelberg, SS03

10. Übungsblatt, Präsenzübung 9.07.03, Hausaufgaben Abgabetermin: 11.07.03

P12. Die Lorentz-Transformation von einem Inertialsystem K auf ein Inertialsystem K', welches sich mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ relativ zu K bewegt, hat die Darstellung

P12. The Lorentz-transformation from a system of inertia K to another one K' moving with velocity relatively to K is presented as

$$(\Lambda^{\mu}{}_{\nu}) = \left(\begin{array}{c|ccc} \gamma & -\beta_1\gamma & -\beta_2\gamma & -\beta_3\gamma \\ \hline -\beta_1\gamma & & & \\ -\beta_2\gamma & & \delta^{\mu}_{\nu} + k\beta_{\mu}\beta_{\nu} & \\ -\beta_3\gamma & & & \end{array}\right)$$

Hierbei ist $\vec{\beta} = \vec{v}/c$ und $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$. Bestimmen Sie die Konstante k so, daß die obige Matrix eine Lorentz-Transformation ist.

Here, $\vec{\beta} = \vec{v}/c$ and $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$. Determine the constant k so that the above matrix is a Lorentz-transformation.

H25. In einem Inertialsystem bewege sich ein Teilchen mit der Geschwindigkeit $\vec{v}_a$ und ein anderes Teilchen mit der Geschwindigkeit $\vec{v}_b$. Welche Geschwindigkeit $\vec{v}$ hat das Teilchen b im Ruhesystem von Teilchen a?

Hinweis: Verwenden Sie, dass das Produkt zweier Weltgeschwindigkeiten ein Skalar ist.

(3 Punkte)

H25. A particle moves in a system of inertia with velocity $\vec{v}_a$ and another one with velocity $\vec{v}_b$. What is the velocity $\vec{v}$ of the particle b in the rest system of a?

Hint: Use that the product of two world velocities is a scalar.

(3 points)

H26. Betrachten Sie die gleichmäßig beschleunigte Bewegung, d.h. diejenige geradlinige Bewegung, bei der der Betrag der Beschleunigung a im jeweiligen Ruhesystem des Massenpunktes konstant bleibt. Die Bewegung soll von einem Bezugssystem mit $v = 0$ für $t = 0$ aus beobachtet werden, das nicht mit beschleunigt wird. Geben Sie in diesem Bezugssystem $v(t)$ und die zurückgelegte Strecke $r(t)$ an. Berechnen Sie außerdem die Zeit t und $r(t)$ für $a = g = 9.81\ \mathrm{ms}^{-2}$ und $\tau = 10$ Jahre.

(4 Punkte)

H27. Es sei $F^{\mu\nu}$ der elektromagnetische Feldtensor und $\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}$ der total antisymmetrische Tensor mit $\epsilon^{0123} = 1$. Ferner ist $\tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}F_{\kappa\lambda}$ der duale Feldtensor.

(a) Drücken Sie $F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$ und $\tilde{F}^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$ durch $\vec{E}$ und $\vec{B}$ aus.
(b) Zeigen Sie, daß $\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}$ seinen Wert unter Lorentz-Transformationen nicht ändert, wenn $\det(\Lambda^{\mu}{}_{\nu}) = +1$. Drücken Sie dazu die Elemente des transformierten Tensor als Determinanten aus.

(3 Punkte)

H26. Consider the uniformly accelerated motion, i.e. that rectilineal motion by which the absolute value of acceleration a in the respective rest system of the mass point stays constant. The motion is to be considered from a framework with $v = 0$ for $t = 0$, which is not accelerated. Specify in this framework $v(t)$ and the transversed distance $r(t)$. Calculate also the time t and $r(t)$ for $a = g = 9.81\ \mathrm{ms}^{-2}$ and $\tau = 10$ years.

(4 points)

H27. Let be $F^{\mu\nu}$ the electromagnetic field tensor and $\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}$ the total antisymmetric tensor with $\epsilon^{0123} = 1$. Farther $\tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}F_{\kappa\lambda}$ is the dual field tensor.

(a) Express $F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$ and $\tilde{F}^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$ through $\vec{E}$ and $\vec{B}$.
(b) Demonstrate that the value of $\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}$ is not changed by the Lorentz-transformation, if $\det(\Lambda^{\mu}{}_{\nu}) = +1$. For this purpose express the elements of the transformed tensor as determinants.

(3 points)