Theoretische Physik II: Elektrodynamik

Prof. F.Wegner, Universität Heidelberg, SS03
2. Übungsblatt, Präsenzübung 14.05.03, Hausaufgaben Abgabetermin: 16.05.03

P3. Gegeben sei die folgende Ladungsverteilung:

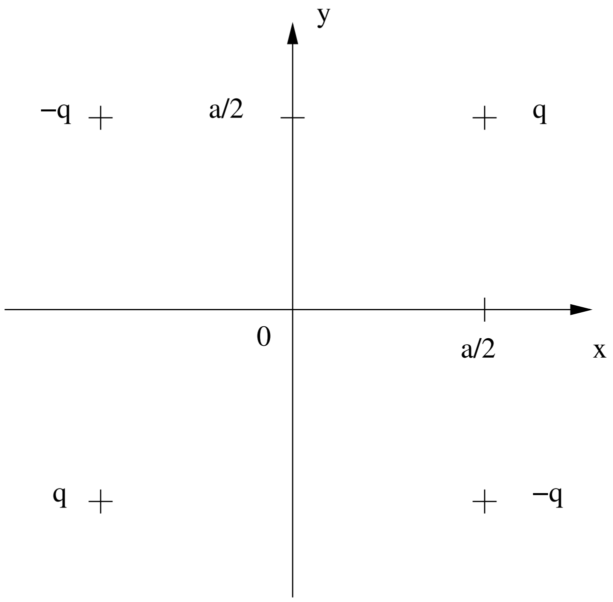
P3. The following charge distribution is given:

$$\rho(\vec{r}) = q(\delta(\vec{r}-\vec{r_1}) - \delta(\vec{r}-\vec{r_2}) + \delta(\vec{r}-\vec{r_3}) - \delta(\vec{r}-\vec{r_4})),$$

$$\vec{r_1} = (\frac{a}{2}, \frac{a}{2}, 0),\ \vec{r_2} = (-\frac{a}{2}, \frac{a}{2}, 0),\ \vec{r_3} = (-\frac{a}{2}, -\frac{a}{2}, 0),\ \vec{r_4} = (\frac{a}{2}, -\frac{a}{2}, 0),$$

siehe auch die folgende Skizze.

see also the following picture.



Berechnen Sie für diese Ladungsverteilung das Quadrupolmoment (in kartesischen Koordinaten)

Evaluate the quadrupolar moment for this charge distribution (in cartesian coordinates)

$$Q_{\alpha\beta} = \int d^3r'(x'_\alpha x'_\beta - \frac{1}{3}\delta_{\alpha\beta}r'^2)\rho(\vec{r}\,')$$

und das Potential für große Abstände.

and the potential for large distances.

H4. Berechnen Sie

H4. Evaluate

$$\mathrm{div}\frac{\vec{c}\times\vec{r}}{r^3},\ \mathrm{rot}\frac{\vec{c}\times\vec{r}}{r^3}$$

wobei $\vec{r} = (x, y, z)$, $r = |\vec{r}|$ und $\vec{c}$ ein konstanter Vektor ist.

(2 Punkte)

H5. Bestimmen Sie für die Ladungsverteilung

$$\rho(\vec{r}) = \begin{cases} cz, & |\vec{r}| < R \\ 0, & |\vec{r}| \geq R \end{cases}, \quad c = const.,$$

das Potential ϕ. Setzen Sie dazu den Ansatz $\phi(\vec{r}) = z \cdot f(r)$ in die Poissongleichung ein. Man erhält für $r < R$ und $r \geq R$ eine Differentialgleichung für $f(r)$. Die Integrationskonstanten der allgemeinen Lösungen werden durch die Forderung festgelegt, daß ϕ stetig differenzierbar sein und im Unendlichen verschwinden soll.

(4 Punkte)

H6. Man bestimme die Energie der Wechselwirkung zwischen zwei homogengeladenen konzentrischen sphärischen Oberflächen aus der Energiedichte. Die Radien der Kugeln seien r_1, r_2 ($r_1 < r_2$), und die Ladungen $q_1 = -q$ und $q_2 = q$. Vergleiche das Ergebnis mit der Energie, die man zur Übertragung einer infinitesimalen Punktladung von eine Oberfläche zu anderen braucht.

(4 Punkte)

where $\vec{r} = (x, y, z)$, $r = |\vec{r}|$, and $\vec{c}$ is a constant vector.

(2 points)

H5. Determine for the charge distribution

(see the formula above)

the potential ϕ. Substitute the ansatz $\phi(\vec{r}) = z \cdot f(r)$ in the Poisson equation. Obtain for $r < R$ and $r \geq R$ a differential equation for $f(r)$. The integration constants of the general solution are fixed by the condition that ϕ must be continuously differentiable and vanish at infinity.

(4 points)

H6. Determine the energy of interaction of two concentric uniform charged spheric surfaces from the energy density. The radii of spheres are r_1, r_2 ($r_1 < r_2$), and the charges $q_1 = -q$, $q_2 = q$. Compare the result with the energy which one needs for the transition of an infinitesimal point charge from one surface to the other.

(4 points)