Theoretische Physik II: Elektrodynamik

Prof. F.Wegner, Universität Heidelberg, SS03

7. Übungsblatt, Präsenzübung 18.06.03, Hausaufgaben Abgabetermin: 20.06.03

P9. Die Dirac'sche Deltafunktion $\delta(x)$ läßt sich als Grenzwert einer gewöhnlichen Funktion $f_\alpha(x)$ darstellen:

P9. Dirac's delta-function $\delta(x)$ can be presented as limes of a usual function $f_\alpha(x)$:

$$\delta(x) = \lim_{\alpha\to 0} f_\alpha(x), \quad f_\alpha(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi\alpha}} \exp\left(-\frac{x^2}{\alpha}\right), \ \alpha > 0.$$

(a) Skizzieren Sie die Kurve $f_\alpha(x)$ für verschiedene α.

(a) Sketch the curve $f_\alpha(x)$ for various α's.

(b) Berechnen Sie die Integrale

(b) Evaluate the integrals

$$I_0 = \int_{-\infty}^{\infty} f_\alpha(x) dx, \quad I_1 = \int_{-\infty}^{\infty} x f_\alpha(x) dx, \quad I_2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f_\alpha(x) dx.$$

(c) Beweisen Sie, daß

(c) Prove that

$$\delta(ax) = \frac{1}{|a|}\delta(x), \ \int_{-\infty}^{\infty} dx \phi(x)\delta'(x) = -\phi'(0), \ \delta(\phi(x)) = \sum_i \frac{1}{|\phi'(x_i)|}\delta(x-x_i),$$

wobei $\phi(x_i) = 0$.

where $\phi(x_i) = 0$.

H16. Über einen Eisenrahmen seien zwei Spulen aus isoliertem Kupferdraht mit Windungszahlen N_1 und N_2 gewickelt. An der ersten Spule liege die Wechselspannung $V_1 \cos(\omega t)$, während der Sekundärkreis über einen Verbraucherwiderstand R geschlossen sei. Verluste im Eisen und Kupfer des Transformators seien vernachlässigbar.

(a) Stellen Sie das Gleichungssystem auf, das diese beiden gekoppelten Stromkreise beschreibt. Die Induktivitätskoeffizienten seien mit $L_{1,1}$, $L_{1,2}$ und $L_{2,2}$ bezeichnet.

(b) Zeigen Sie, daß diese Anordnung für den Verbraucher so wirkt wie eine Reihenschaltung von R und einer Induktivität L an einer Spannungsquelle $V_2 \cos(\omega t)$, und bestimmen Sie L, und V_2 aus den L_{mn} und V_1.

H16. Two coils of isolated copper wire with winding numbers N_1 and N_2 are winded on an iron frame. On the first coil the voltage $V_1 \cos(\omega t)$ is impressed. The second circuit is closed by a consumer resistor R. Losses in iron and copper of the transformer are negligible.

(a) Set up the system of equations describing these both interacting circuits. The inductance coefficients are denoted by $L_{1,1}$, $L_{1,2}$ and $L_{2,2}$.

(b) Demonstrate that this arrangement acts for the consumer as a serial connection of R and an inductance L at a voltage source $V_2 \cos(\omega t)$, and determine L, and V_2 from the L_{mn} and V_1.

(c) Unter optimalen Bedingungen sind die Induktivitätskoeffizienten nur den Windungszahlen proportional: $L_{mn} = L_0 N_m N_n$. Was folgt dann für L und V_2?

Hinweis: Verwenden Sie $\cos(\omega t) = \Re e^{i\omega t}$ und rechnen Sie komplex.

(5 Punkte)

Under optimal conditions the inductance coefficients are proportional only to the winding numbers: $L_{mn} = L_0 N_m N_n$. What follows for L and V_2?

Hint: Use $\cos(\omega t) = \Re e^{i\omega t}$ and calculate complex.

(5 points)

H17. Die Sonne strahlt auf eine zum Strahl senkrechte Fläche auf der Erde $1.4 \cdot 10^6 \frac{\mathrm{erg}}{\mathrm{cm^2 s}}$ ein. Berechnen Sie:

(a) die elektrische und magnetische Feldstärke an der Erdoberfläche im quadratischen Mittel und

(b) den Strahlungsdruck auf die Fläche bei vollständiger Absorption der Strahlung.

(3 Punkte)

H17. The sun radiates $1.4 \cdot 10^6 \frac{\mathrm{erg}}{\mathrm{cm^2 s}}$ on the surface perpendicular to the ray on the earth. Calculate

(a) the electric and magnetic field strength on the surface in the quadratic mean and

(b) the radiation pressure on the surface by full absorption of radiation.

(3 points)

H18. Berechnen Sie die Fourier-transformierte von $f(t) = e^{-\lambda|t|}, \lambda > 0$,

H18. Evaluate the Fourier-transform of $f(t) = e^{-\lambda|t|}, \lambda > 0$,

$$\hat{f}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i\omega t} f(t)$$

(2 Punkte)

(2 points)