# Universität Heidelberg
# Diplom-Vorprüfung in Mechanik 11. März 2005

**Schreiben Sie auf dieses Blatt wie auch auf alle bearbeiteten Blätter Ihren Namen und Ihre Matrikel-Nummer. Dieses Aufgabenblatt ist abzugeben. Zur Bearbeitung der Aufgaben dürfen Sie nur Papier der gleichen Farbe verwenden.**

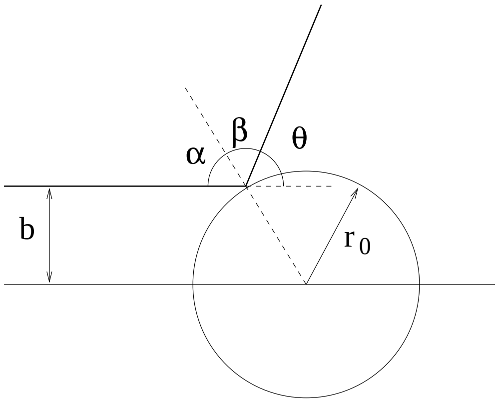
Nicht in dieses Feld schreiben.

**Name** ..........................................................................

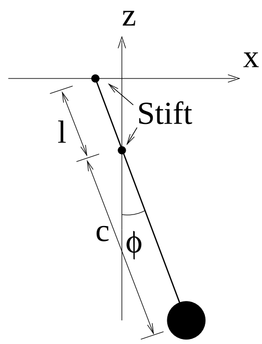
**Matrikelnummer** ..................................................................

**Aufgabe 1** Ein Massenpunkt streut an einem Zentral-Potential (schwere harte Kugel)

$$\mathcal{V}(r) = \begin{cases} 0 & r > r_0 \\ U & r \leq r_0 \end{cases}$$




Seine kinetische Energie sei kleiner als $U$.
a) Welcher Zusammenhang besteht zwischen den Winkeln $\alpha$ und $\beta$? Warum besteht dieser Zusammenhang? (2 Pkt.)
b) Bestimme daraus den Zusammenhang zwischen dem Stoßparameter $b$ und dem Streuwinkel $\theta$. (3 Pkt.)
c) Berechne daraus den differentiellen Streuquerschnitt pro Volumenwinkel $\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}\Omega$. (4 Pkt.)
d) Wie groß ist der totale Streuquerschnitt? (1 Pkt.)

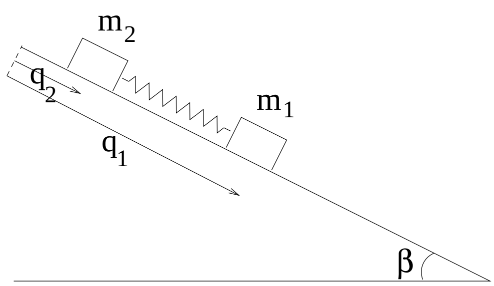



**Aufgabe 2** Ein Pendel ist an zwei Stiften befestigt, von denen einer horizontal (bei $z = 0$), der andere vertikal (bei $x = 0$) in einer Schiene reibungsfrei gleitet. Die Masse $M$ des Pendels sei in seinem Schwerpunkt konzentriert gedacht. Man berechne in Abhängigkeit des Winkels $\phi$
a) die potentielle Energie, (1 Pkt.)
b) die kinetische Energie. (2 Pkt.)
c) Man gebe die Lagrange-Funktion in harmonischer Näherung an. (4 Pkt.)
d) Man löse die Bewegungsgleichung in harmonischer Näherung. (3 Pkt.)

**Aufgabe 3** Zwei Massen $m_1$ und $m_2$, die durch eine Feder der Federkonstante $f$ miteinander verbunden sind, rutschen reibungsfrei in einer geraden Rinne hinunter. Die Feder habe im entspannten Zustand die Länge $l$.
a) Man begründe, dass das Potential die Form

$$\mathcal{V} = m_1 k q_1 + m_2 k q_2 + \frac{f}{2}(q_1 - q_2 - c)^2$$

hat und bestimme die Konstante $k$ und $c$. (2 Pkt.)
b) Man stelle die Bewegungsgleichungen auf. (2 Pkt.)
c) Man drücke die Bewegungsgleichungen durch Relativ- und Schwerpunktskoordinaten aus. (4 Pkt.)
d) Man löse die Bewegungsgleichungen. (2 Pkt.)

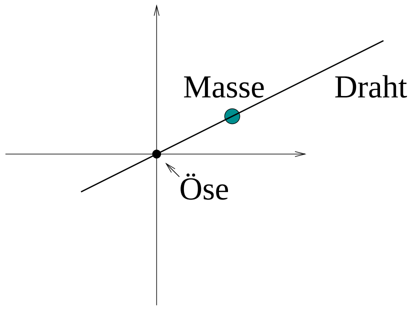


**Aufgabe 4** Eine Masse $M$ bewegt sich horizontal und reibungsfrei auf einer Ebene. (Die Gravitation spielt also keine Rolle.) An der Masse ist ein Draht befestigt, der reibungsfrei durch eine frei drehbare Öse durch den Ursprung gleitet. Das Trägheitsmoment[1] von Masse plus Draht bezogen auf den Schwerpunkt sei $\Theta^0$. Das Trägheitsmoment der Öse sei vernachlässigbar.

a) Welche Erhaltungsgrößen hat dieses System? (1 Pkt.)

b) In Polarkoordinaten $r$ und $\phi$ des Schwerpunktes hat die Lagrange-Funktion die Form

$$\mathcal{L} = k_3\dot{r}^2 + k_2 r^2\dot{\phi}^2 + k_1\dot{\phi}^2.$$




Man drücke die Koeffizienten $k_1$, $k_2$ und $k_3$ durch $M$ und $\Theta^0$ aus. (2 Pkt.)

c) Man bestimme die Hamilton-Funktion des Systems. (4 Pkt.)

d) Man stelle die Bewegungsgleichungen für den Schwerpunkt wahlweise aus Lagrange- oder Hamilton-Funktion auf. (4 Pkt.)

e) Man löse die Bewegungsgleichungen soweit, dass die Zeit und $\phi$ als von $r$ abhängige Integrale angegeben werden. (7 Pkt.)

f) Wie bewegt sich die Masse, wenn das Trägheitsmoment $\Theta^0$ vernachlässigbar ist? Eine einfache Erklärung genügt. (2 Pkt.)

**Aufgabe 5** Auf einen Massenpunkt wirkt eine Kraft gegeben durch

a) $\mathbf{F}_a = \mathbf{x} f(|\mathbf{x}|)$,

b) $\mathbf{F}_b = c\mathbf{e}_z \times \dot{\mathbf{x}}$,

c) $\mathbf{F}_c = (x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y) f(x^2 + y^2) + \mathbf{e}_z g(z)$,

d) $\mathbf{F}_d = -\gamma\dot{\mathbf{x}}$,

e) $\mathbf{F}_e = \mathbf{e}_x f(x,t) + \mathbf{e}_y g(y,t) + \mathbf{e}_z h(z,t)$.

Dabei ist mit $f$, $g$, $h$ immer eine allgemeine stetige Funktion gemeint. $\mathbf{x}$ ist der Ortsvektor. Aber $x$, $y$, $z$ sind kartesische Koordinaten. $c$ und $\gamma$ sind Konstanten.

Markieren Sie das entsprechende Kästchen mit einem $\times$, wenn die Aussage in der jeweiligen Zeile für die Kraft in der jeweiligen Spalte zutrifft, mit o, wenn sie nicht zutrifft. Markieren Sie das Kästchen nicht, wenn Sie unentschieden sind. Für jede richtige Antwort gibt es 0.4 Punkte, für jede falsche -0.4 Punkte. Falls Sie mehr falsche als richtige Antworten haben, gibt es insgesamt 0 Punkte für diese Aufgabe. Die Antworten müssen nicht begründet werden.

(falls Sie noch etwas korrigieren wollen)

| $F_a$ | $F_b$ | $F_c$ | $F_d$ | $F_e$ | | $F_a$ | $F_b$ | $F_c$ | $F_d$ | $F_e$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | Der Drehimpuls ist erhalten | | | | | |
| | | | | | Die $z$-Komponente des Drehimpulses ist erhalten | | | | | |
| | | | | | Die $z$-Komponente des Impulses ist erhalten | | | | | |
| | | | | | Die Kraft besitzt ein Potential $\mathcal{V}(\mathbf{x})$ | | | | | |
| | | | | | Die Energie ist erhalten. | | | | | |

gr

[1] ursprünglich irrtümlich 'Drehmoment'. Wurde auf Hinweis eines Studenten hin eine halbe Stunde nach Beginn der Klausur korrigiert