Universität Heidelberg
Diplom-Vorprüfung in Mechanik 11. März 2005

Schreiben Sie auf dieses Blatt wie auch auf alle bearbeiteten Blätter Ihren Namen und Ihre Matrikel-Nummer.
Dieses Aufgabenblatt ist abzugeben.
Zur Bearbeitung der Aufgaben dürfen Sie nur Papier der gleichen Farbe verwenden.

Nicht in dieses Feld schreiben.

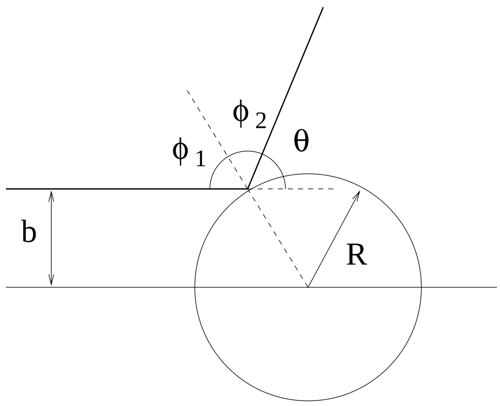
Name ....

Matrikelnummer ....

Aufgabe 1 Ein Massenpunkt streut an einem Zentral-Potential (schwere harte Kugel)

$$\mathcal{V}(r) = \begin{cases} 0 & r > R \\ V_0 & r \leq R \end{cases}$$

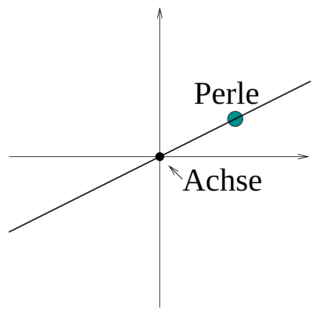
Seine kinetische Energie sei kleiner als V_0.
a) Welcher Zusammenhang besteht zwischen den Winkeln ϕ_1 und ϕ_2? Warum besteht dieser Zusammenhang? (2 Pkt.)
b) Bestimme daraus den Zusammenhang zwischen dem Stoßparameter b und dem Streuwinkel θ. (3 Pkt.)
c) Berechne daraus den differentiellen Streuquerschnitt pro Volumenwinkel $d\sigma/d\Omega$. (4 Pkt.)
d) Wie groß ist der totale Streuquerschnitt? (1 Pkt.)



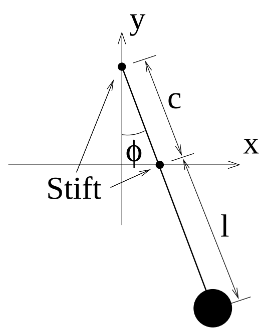
Aufgabe 2 Auf einem um eine senkrechte Achse frei drehbaren Stab (Trägheitsmoment Θ) gleitet reibungsfrei eine Perle der Masse m. (Die Gravitation spielt also keine Rolle.) Das Trägheitsmoment der Perle bezüglich ihres Ursprungs sei vernachlässigbar.
a) Welche Erhaltungsgrößen hat dieses System? (1 Pkt.)
b) In Polarkoordinaten r und ϕ des Perlenschwerpunkts hat die Lagrange-Funktion die Form

$$\mathcal{L} = c_1\dot{r}^2 + c_2 r^2\dot{\phi}^2 + c_3\dot{\phi}^2.$$

Man drücke die Konstanten c_1, c_2 und c_3 durch m und Θ aus. (2 Pkt.)
c) Man bestimme die Hamilton-Funktion des Systems. (4 Pkt.)
d) Man stelle die Bewegungsgleichungen für die Perle wahlweise aus Lagrange- oder Hamilton-Funktion auf. (4 Pkt.)
e) Man löse die Bewegungsgleichungen soweit, dass die Zeit und ϕ als von r abhängige Integrale angegeben werden. (7 Pkt.)
f) Wie bewegt sich die Masse, wenn das Trägheitsmoment vernachlässigbar ist? Eine einfache Erklärung genügt. (2 Pkt.)



Aufgabe 3 Ein Pendel ist an zwei Stiften befestigt, von denen einer horizontal (bei $y = 0$), der andere vertikal (bei $x = 0$) in einer Schiene reibungsfrei gleitet. Die Masse m des Pendels sei in seinem Schwerpunkt konzentriert gedacht.
Man berechne in Abhängigkeit des Winkels ϕ
a) die potentielle Energie, (1 Pkt.)
b) die kinetische Energie. (2 Pkt.)
c) Man gebe die Lagrange-Funktion in harmonischer Näherung an. (4 Pkt.)
d) Man löse die Bewegungsgleichung in harmonischer Näherung. (3 Pkt.)



Aufgabe 4 Zwei Massen m_1 und m_2, die durch eine Feder der Federkonstante f miteinander verbunden sind, rutschen reibungsfrei in einer geraden Schiene hinunter. Die Feder habe im entspannten Zustand die Länge l.

a) Man begründe, dass das Potential die Form

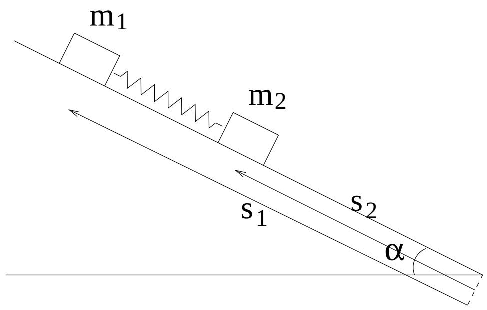
$$\mathcal{V} = m_1 c s_1 + m_2 c s_2 + \frac{f}{2}(s_1 - s_2 - a)^2$$

hat und bestimme die Konstanten c und a. (2 Pkt.)

b) Man stelle die Bewegungsgleichungen auf. (2 Pkt.)

c) Man drücke die Bewegungsgleichungen durch Relativ- und Schwerpunktskoordinaten aus. (4 Pkt.)

d) Man löse die Bewegungsgleichungen. (2 Pkt.)



Aufgabe 5 Auf einen Massenpunkt wirkt eine Kraft gegeben durch

a) $\mathbf{F}_a = \mathbf{x} f(|\mathbf{x}|)$,

b) $\mathbf{F}_b = c\mathbf{e}_z \times \dot{\mathbf{x}}$,

c) $\mathbf{F}_c = (x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y) f(x^2 + y^2) + \mathbf{e}_z g(z)$,

d) $\mathbf{F}_d = -\gamma \dot{\mathbf{x}}$,

e) $\mathbf{F}_e = \mathbf{e}_x f(x,t) + \mathbf{e}_y g(y,t) + \mathbf{e}_z h(z,t)$.

Dabei ist mit f, g, h immer eine allgemeine stetige Funktion gemeint. $\mathbf{x}$ ist der Ortsvektor. Aber x, y, z sind kartesische Koordinaten. c und γ sind Konstanten.

Markieren Sie das entsprechende Kästchen mit einem $\times$, wenn die Aussage in der jeweiligen Zeile für die Kraft in der jeweiligen Spalte zutrifft, mit o, wenn sie nicht zutrifft. Markieren Sie das Kästchen nicht, wenn Sie unentschieden sind. Für jede richtige Antwort gibt es 0.4 Punkte, für jede falsche -0.4 Punkte. Falls Sie mehr falsche als richtige Antworten haben, gibt es insgesamt 0 Punkte für diese Aufgabe. Die Antworten müssen nicht begründet werden.

(falls Sie noch etwas korrigieren wollen)

F_a	F_b	F_c	F_d	F_e		F_a	F_b	F_c	F_d	F_e
					Die z-Komponente des Impulses ist erhalten					
					Der Drehimpuls ist erhalten					
					Die z-Komponente des Drehimpulses ist erhalten					
					Die Kraft besitzt ein Potential $\mathcal{V}(\mathbf{x})$					
					Die Energie ist erhalten.					

or