Theoretische Physik III: Quantenmechanik

Prof. F.Wegner, Universität Heidelberg, SS04
1. Übungsblatt Abgabetermin: 26.04.04

H1. Fouriertransformation
Die Fouriertransformierte ist definiert als

H1. Fourier transform
A pair of Fourier transforms is defined as

$$\begin{aligned} \tilde{f}(k) &= \int dx f(x) e^{-\mathrm{i}kx} \\ f(x) &= \frac{1}{2\pi} \int dk \tilde{f}(k) e^{\mathrm{i}kx} \end{aligned}$$

Beweisen Sie die folgenden Relationen zwischen einer Funktion und ihrer Fouriertransformierten

Prove the following identities for the Fourier transforms

$$\begin{aligned} f(x+x_0) &\longleftrightarrow \tilde{f}(k) e^{\mathrm{i}kx_0} && \mathbf{(1p)} \\ \frac{d}{dx} f(x) &\longleftrightarrow \mathrm{i}k\tilde{f}(k) && \mathbf{(1p)} \\ \int dx' f(x-x') g(x') &\longleftrightarrow \tilde{f}(k)\tilde{g}(k) && \mathbf{(1p)} \\ \Theta(x) &\longleftrightarrow \lim_{\epsilon\to 0} \frac{-\mathrm{i}}{k - \mathrm{i}\epsilon} && \mathbf{(1p)} \end{aligned}$$

H2. Gauss'sches Wellenpaket
i) Berechnen Sie die Zeitentwicklung der Wellenfunktion $\psi(x,t)$ eines eindimensionalen freien Teilchens mit der Anfangsbedingung

H2. Gaussian wave packet
i) Calculate the time evolution of the wave function $\psi(x,t)$ of a one–dimensional free particle with the initial condition

$$\psi(x,0) = \psi_0 = C e^{-(x-x_0)^2/4\sigma^2 + ip_0 x/\hbar} .$$

Bestimmen Sie auch die Normierung C. **(4P)**
ii) Bestimmen Sie σ derart, dass Δx zur Zeit t minimal wird, wobei

Also calculate the normalization C. **(4P)**
ii) find the σ that minimize Δx at time t, with

$$\Delta x = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} . \qquad \mathbf{(2P)}$$