Theoretische Physik III: Quantenmechanik

Prof. F.Wegner, Universität Heidelberg, SS04

11. Übungsblatt, Präsenzübung 02.07.04, Hausaufgaben Abgabe 05.07.04

P10. Harmonischer Oszillator mit anharmonischem Term

Gegeben sei ein harmonischer Oszillator mit einen kleinen anharmonischen Term

P10. Harmonic Oscillator with anharmonic term

Consider the harmonic oscillator with a small anharmonic term

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{m}{2}\omega^2 x^2 + \frac{g}{3}x^3 \; .$$

Berechnen Sie in zweiter Ordnung Störungstheorie in g die Änderung der Grundzustandsenergie ΔE_0.

Calculate in second order perturbation theory in g the ground state energy shift ΔE_0.

H22. Addition von Drehimpulsen

Betrachten Sie den Operator

H22. Addition of angular momenta

Consider the operator

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_2$$

im Unterraum der Zustände mit Drehimpulsen $l_1 = l_2 = 1$. Entwickeln Sie die Eigenzustände von $\mathbf{L}^2$ nach den Basiszuständen $|1, m_1\rangle$, $|1, m_2\rangle$. Schreiben Sie

in the subspace of states with angular momentum $l_1 = l_2 = 1$. Expand the eigenstates of $\mathbf{L}^2$ in the basis $|1, m_1\rangle$, $|1, m_2\rangle$. Write

$$|l, m\rangle = \sum_{m_1, m_2} a(l, m, m_1, m_2)|1, m_1\rangle|1, m_2\rangle$$

und bestimmen Sie die $a(l, m, m_1, m_2)$ für alle möglichen Werte von l und für $m \geq 0$. **(5 P)**

and determine $a(l, m, m_1, m_2)$ for all possible l and for $m \geq 0$. **(5 P)**

H23. Spin in Magnetfeld

Berechnen Sie die Zeitentwicklung des Erwartungswertes $\langle S_x(t)\rangle$ eines Spins in einem konstanten Magnetfeld in z–Richtung

H23. Spin in magnetic field

Calculate the time evolution of the expectation value $\langle S_x(t)\rangle$ of a spin in a constant magnetic field in z direction

$$H = \mu B_z S_z = \omega S_z \; .$$

Der Spin sei zum Zeitpunkt $t = 0$ im Zustand beschrieben durch

At $t = 0$ the spin is in the state described by

$$S_x|\psi(t=0)\rangle = \frac{\hbar}{2}|\psi(t=0)\rangle \ .$$

Es gibt mehrere Möglichkeiten das Problem zu behandeln.
A: Man benutze die Darstellung in Eigenzuständen von S_z

There are several possibilities to solve the problem.
A: One uses the representation in eigenstates of S_z

$$e^{-\mathrm{i}Ht/\hbar} = c_+(t)|+\rangle\langle+| + c_-(t)|-\rangle\langle-|$$

und mittle über den geeigneten Anfangszustand.
B: Man betrachte

and takes the average over the right initial state.
B: Consider

$$S_x(t) = e^{-\mathrm{i}Ht/\hbar}S_x(0)e^{\mathrm{i}Ht/\hbar}$$

und werte den Ausdruck durch wiederholtes Anwenden der Vertauschungsrelationen aus und nehme schliesslich den Erwartungswert von $S_x(0)$.
C: Man löse die Heisenberggleichungen für $\langle S_x(t)\rangle$ und $\langle S_y(t)\rangle$. **(5 P)** (plus **(1 P)** Extrapunkte für jede weitere Möglichkeit)
.

and evaluate this expression by successively applying the commutation relations. Then evaluate the expectation value of $S_x(0)$.
C: Solve the Heisenberg equations for $\langle S_x(t)\rangle$ and $\langle S_y(t)\rangle$. **(5 P)** (plus **(1 P)** extra point for any further solution)