Thermodynamik und Statistische Mechanik

Prof. F. Wegner, Universität Heidelberg, SS02

4. Übungsblatt, Abgabetermin: 21.5.02

P6. Mikroskopische Theorie des Druckes

Wie lautet der Zusammenhang zwischen Druck und Energiedichte bei einem idealen ultrarelativistischen Gas mit der Energiedispersion $\epsilon(\vec{p}) = \alpha|\vec{p}|$.

P6. Microscopic Theory of Pressure

What is the relation of pressure and density of energy for an ideal ultrarelativistic gas with the energy dispersion $\epsilon(\vec{p}) = \alpha|\vec{p}|$.

H9. Ising-Modell

Eine Kette von N Ising-Spins $S_1, S_2, ..., S_N$, von denen jeder die Werte $S_i = \pm 1$ annehmen kann, habe die folgende Wechselwirkung ($J_i > 0$):

H9. Ising Model

A linear chain of N Ising spins $S_1, S_2, ..., S_N$ with the possible values $S_i = \pm 1$ is described by the following interaction ($J_i > 0$):

$$H = -\sum_{i=1}^{N-1} J_i S_i S_{i+1}$$

a) Berechnen Sie die Korrelationen $\langle S_i S_{i+r} \rangle$ als Funktion der Temperatur bezüglich des kanonischen Ensembles. (Hinweis: Führen Sie die Variablen $U_i = S_i S_{i+1}$ ein.) (3 Punkte)

b) Bestimmen Sie für den homogenen Fall $J = J_i$ die Korrelationslänge ξ als Funktion der Temperatur für $T \to 0$, definiert als $\langle S_i S_{i+r} \rangle = e^{-|r|/\xi}$. (2 Punkte)

a) Evaluate the correlation $\langle S_i S_{i+r} \rangle$ as a function of the temperature with respect to the canonical ensemble. (Hint: Introduce the variables $U_i = S_i S_{i+1}$.) (3 points)

b) For the homogeneous model $J = J_i$, what is the temperature dependence of the correlation length ξ for $T \to 0$, defined as $\langle S_i S_{i+r} \rangle = e^{-|r|/\xi}$. (2 points)

H10. Mischungsentropie

Zwei Mengen idealen Gases mit gleichen Temperaturen $T_1 = T_2 = T$, gleichen Teilchenzahlen $N_1 = N_2 = N$ und gleichen Volumina $V_1 = V_2 = V$ sind durch eine Wand getrennt. Beim Entfernen der Wand durchmischen sich die Gase. Man berechne die Mischungsentropie $\Delta S = S_{12} - S_1 - S_2$ für verschiedene und gleiche Gase. (2 Punkte)

H10. Mixing-Entropy

Two sets of an ideal gas with equal temperatures $T_1 = T_2 = T$, equal number of particles $N_1 = N_2 = N$, and equal volumes $V_1 = V_2 = V$ are separated by a wall. Pulling out the wall, the gases are mixing. Evaluate the mixing-entropie $\Delta S = S_{12} - S_1 - S_2$ for different and identical gases. (2 points)

H11. Fluktuationen

Ein mikrokanonisches System der Energie E bestehe aus zwei idealen Gasen mit Teilchenzahlen N_1 und N_2, welche untereinander in thermischem Kontakt stehen. Die Gleichgewichtsbedingung sei durch die Energien E_1^0 und $E_2^0 = E - E_1^0$ über die folgende Näherung gegeben:

H11. Fluctuations

A microcanonical system with energy E consists of two gases with number of particles N_1 and N_2. Amongst each other they are in thermal contact. The equilibrium condition shall be given by the energies E_1^0 and $E_2^0 = E - E_1^0$ stemming from the following approximation:

$$W(E) \approx W_1(E_1^0) W_2(E_2^0) = \max(W_1(E_1) W_2(E - E_1))$$

Approximieren Sie $W_1(E_1^0 + \delta E) W_2(E_2^0 - \delta E)$ durch eine Gauß-Verteilung und geben Sie die Energieschwankung $\langle (\delta E)^2 \rangle$ an. (3 Punkte)

Approximate $W_1(E_1^0 + \delta E) W_2(E_2^0 - \delta E)$ by a Gauss distribution and determine the energy fluctuation $\langle (\delta E)^2 \rangle$. (3 points)