Thermodynamik und Statistische Mechanik

Prof. F. Wegner, Universität Heidelberg, SS02

5. Übungsblatt, Abgabetermin: 28.5.02

P7. Quantendot

Ein Quantendot soll durch ein Zwei-Niveau System mit den Energien ϵ_0 and $\epsilon_1 > \epsilon_0$ und dem chemischen Potential μ beschrieben sein. Das System ist an ein Wärmebad der Temperatur T gekoppelt und jedes Niveau kann höchstens einfach besetzt sein. Man berechne die Besetzungswahrscheinlichkeit der beiden Zustände. Wie muß das chemische Potential gewählt werden, daß sich im Mittel genau ein Elektron im Quantendot befindet?

P7. Quantum Dot

A quantum dot shall be described by a two-level system with the energies ϵ_0 and $\epsilon_1 > \epsilon_0$, and the chemical potential μ. The system is coupled to a heat bath of temperature T and each level can only be occupied at most once. Determine the occupation number of the two levels. How does the chemical potential have to be chosen that, in average, there is precisely one electron in the quantum dot.

H12. Großkanonisches Ensemble

Berechnen Sie die großkanonische Zustandssumme des idealen klassischen Gases Y und das großkanonische Potential J. Was ergibt sich für die Teilchendichte in Abhängigkeit vom chemischen Potential μ? (3 Punkte)

H12. Grandcanonical Ensemble

For an ideal classical gas, evaluate the grandcanonical partition function Y and the grandcanonical potential J. Further, determine the particle density as a function of the chemical potential μ. (3 points)

H13. Entropie eines idealen Gases

Man bestimme die Abhängigkeit der Entropie S eines idealen Gases von E, V und N aus der thermischen Zustandsgleichung $PV = Nk_BT$ und der kalorischen Zustandsgleichung $E = \frac{3}{2}Nk_BT$. Ausgangspunkt sei die differentielle Form des ersten Hauptsatzes der Thermodynamik $dE = TdS - PdV$. Beachte außerdem, daß S extensiv ist, d.h. $S = Ns(E/N, V/N)$. (3 Punkte)

H13. Entropy of an ideal gas

For an ideal gas, determine the entropy S as a function of E, V und N employing the thermal equation of state $PV = Nk_BT$ and the caloric equation of state $E = \frac{3}{2}Nk_BT$. Start with the differential form of the first law of thermodynamics $dE = TdS - PdV$ and notice that S is extensive, i.e. $S = Ns(E/N, V/N)$. (3 points)

H14. DNA Modell

Ein Reißverschluß bestehe aus N Gliederpaaren, von denen jedes einzelne im geschlossenen Zustand die Energie $E_0 = 0$ und im offenen Zustand die Energie $E_1 = \epsilon > 0$ habe. Ein offenes Gliederpaar kann in einem von ν entarteten Zuständen sein. Der Reißverschluss kann sich nur von einer Seite her öffnen, d.h. ein Gliedpaar kann nur offen sein, falls alle z. B. links von ihm liegenden Gliederpaare bereits offen sind.

a) Berechnen Sie die kanonische Zustandssumme dieses Systems. (2 Punkte)

b) Wieviele Glieder $\langle n \rangle$ stehen im Mittel offen? Betrachten Sie den Grenzfall großer N und diskutieren Sie den Übergang von kleinen zu großen Temperaturen. Für welche Temperaturen gilt $\langle n \rangle \geq N/2$. (2 Punkte)

H14. DNA-Model

A zip shall consist of N links of which each one can be either in the closed state of energy $E_0 = 0$ or in the open state of energy $E_1 = \epsilon > 0$. An open link can be in one of ν degenerate states. The zip can only open from one side, i.e. a link can only be open if all links e.g. left from it are already open.

a) Evaluate the canonical partition function of this system. (2 points)

b) How many links $\langle n \rangle$ are open, in average. Consider the limit $N \gg 1$ and discuss the transition from small to high temperatures. For which temperatures does $\langle n \rangle \geq N/2$ hold. (2 points)