Thermodynamik und Statistische Mechanik

Prof. F. Wegner, Universität Heidelberg, SS02

6. Übungsblatt, Abgabetermin: 11.6.02

P8. Großkanonisches Ensemble II

Betrachten Sie wie in Aufgabe H12 ein ideales klassisches Gases bezüglich des großkanonischen Ensembles. Berechnen Sie den Druck P und zeigen Sie, daß $PV = Nk_BT$ gilt.

P8. Grandcanonical Ensemble II

As in problem H12, consider an ideal classical gas with respect to the grand-canonical ensemble. Evaluate the pressure P and show that $PV = Nk_BT$ holds.

H15. van der Waals Gas

Die freie Energie eines klassischen Gases sei durch folgenden Ausdruck gegeben:

H15. van der Waals Gas

The free energy of a classical gas shall be given by the following expression:

$$F = Nk_BT \ln(\frac{\lambda^3 N}{V - bN}) - \frac{N^2 a}{V} \quad , \quad \lambda^2 = \frac{h^2}{2\pi m k_B T}$$

Berechnen Sie Energie und Druck. (3 Punkte)

Calculate the energy and pressure. (3 points)

H16. Trotter Formel

Zeigen Sie, daß auch für Operatoren $\hat{Q}$, die nicht mit dem Hamiltonoperator $\hat{H}$ kommutieren, die folgende Beziehung gilt:

H16. Trotter Formula

Show that also for operators $\hat{Q}$, which do not commute with the Hamiltonian $\hat{H}$, the following relation holds:

$$\frac{\partial}{\partial\lambda}\mathrm{Sp}\left[\exp(-\beta(\hat{H} - \lambda\hat{Q}))\right] = \beta\mathrm{Sp}\left[\hat{Q}\exp(-\beta(\hat{H} - \lambda\hat{Q}))\right]$$

Hinweis: Benutzen Sie, daß $e^x = \lim_{n\to\infty}(1 + \frac{x}{n})^n$ gilt. (4 Punkte)

Hint: Use that $e^x = \lim_{n\to\infty}(1 + \frac{x}{n})^n$ holds. (4 points)

H17. Kompressibilität

Berechnen Sie die isotherme Kompressibilität $\kappa_T = (V/N^2)(\partial N/\partial\mu)_{T,V}$ eines idealen Fermigases bei Temperatur $T = 0$. (3 Punkte)

H17. Compressibility

Evaluate the isothermal compressibility $\kappa_T = (V/N^2)(\partial N/\partial\mu)_{T,V}$ for an ideal Fermi gas at temperature $T = 0$. (3 points)