Thermodynamik und Statistische Mechanik

Prof. F. Wegner, Universität Heidelberg, SS02

8. Übungsblatt, Abgabetermin: 25.6.02

P10. Feste Randbedingungen

Bestimmen Sie die ortsabhängige Spektraldichte $z(x, \epsilon) \equiv \sum_k \delta(\epsilon - \epsilon_k)\psi_k^*(x)\psi_k(x)$ eines idealen eindimensionalen Elektronengases in einem "Kasten" von $x = 0$ bis L für $L \to \infty$.

P10. Fixed Boundary Conditions

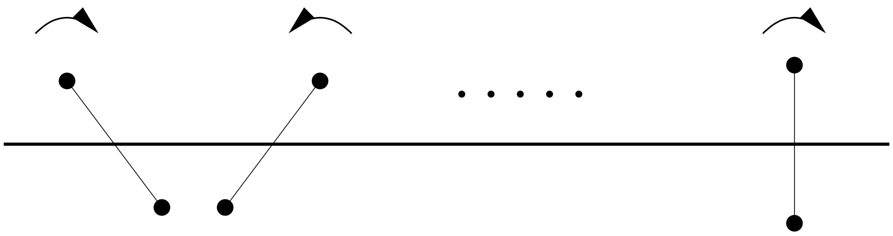
Determine the space-dependent density of state $z(x, \epsilon) \equiv \sum_k \delta(\epsilon - \epsilon_k)\psi_k^*(x)\psi_k(x)$ for an ideal one-dimensional electron gas in a "box" from $x = 0$ to L with $L \to \infty$.

H20. Rotatoren

Ein System bestehe aus N gleichen, nicht wechselwirkenden, nur in einer Ebene rotierenden, fixierten klassischen "Hanteln" mit dem Trägheitsmoment I. Berechnen Sie die kanonische Zustandssumme Z, die Entropie S und die spezifische Wärme c. (3 Punkte)

H20. Rotators

A system shall consist of N equal, non-interacting, only in one plane rotating, fixated classical "dumb-bells" with the moment of inertia I. Evaluate the canonical partition function Z, the entropy S, and the specific heat c. (3 points)



H21. Negative Wärmekapazität

Berechnen Sie die spezifische Wärme c für gegebenes dV/dT. Für welche Werte dV/dT wird die spezifische Wärme negativ? Unter welcher Bedingung wird $c = 0$? (2 Punkte)

H21. Negative Heat Capacity

Determine the specific heat c for given dV/dT. For which values dV/dT is the specific heat negative? Under which condition is $c = 0$? (2 points)

H22. Information von Texten

Die Informationsentropie eines Systems, welches mit Wahrscheinlichkeit p_i im Zustand i ist, ist definiert als $S = -k \sum_i p_i \ln p_i$. Für $k = 1/\ln 2$ bezeichnet man die Informationseinheit als Bit.

a) Welche Information gewinnt man, falls man zufällig aus einem deutschen bzw. englischen Text i) einen ii) zwei "weit entfernte" Buchstaben zieht. Falls die gleiche Mitteilung in beiden Sprachen ausgedrückt wird, welche ist dann wahrscheinlich länger. (2 Punkte)

b) Zeigen Sie, daß die Information zweier "weit entfernter" Buchstaben größer oder gleich der Information zweier benachbarter ist. (Hinweis: Betrachten Sie die bedingte Wahrscheinlichkeit $p(j|i) = p_{i,j}/p_i$, daß Buchstabe j auf i folgt und die Differenz der Information. Benutzen Sie $p_i = \sum_j p_{i,j}$ und $\ln x \leq x - 1$.) (3 Punkte)

H22. Information of Texts

The information-entropy of a system which is with the probability p_i in the state i is defined as $S = -k \sum_i p_i \ln p_i$. For $k = 1/\ln 2$ the information unit is called a bit.

a) What information does one gain if one randomly draws i) one ii) two "well separated" letters from a German and from an English text, respectively. If the same message is expressed by the two languages, which one is probably longer. (2 points)

b) Show that the information of two "well separated" letters is greater or equal than the information of two neighbouring ones. (Hint: Consider the conditional probability $p(j|i) = p_{i,j}/p_i$ that letter j follows i and the difference of the information. Use $p_i = \sum_j p_{i,j}$ and $\ln x \leq x - 1$). (3 points)

	Englisch	Deutsch		Englisch	Deutsch		Englisch	Deutsch
a	7.81%	5.0%	i	6.77%	8.0%	r	6.64%	7.0%
b	1.28	2.5	j	0.23	...	s	6.46	7.0
c	2.93	1.5	k	0.42	1.0	t	9.02	5.0
d	4.11	5.0	l	3.60	3.0	u	2.77	5.0
e	13.05	18.5	m	2.62	2.5	v	1.00	1.0
f	2.88	1.5	n	7.28	11.5	w	1.49	1.5
g	1.39	4.0	o	8.21	3.5	x	0.30	...
h	5.85	4.0	p	2.15	0.5	y	1.51	...
			q	0.14	...	z	0.09	1.5

E1. Überprüfen Sie oder gegebenenfalls verbessern Sie die obenstehende Tabelle. (2 Extrapunkte)

E1. Check or even improve the above tabel. (2 extra-points)