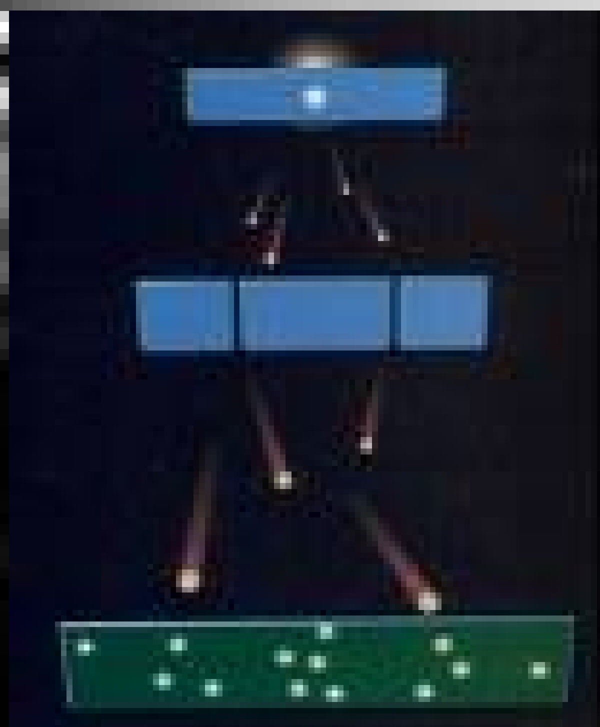
Quantenphysik aus klassischen Wahrscheinlichkeiten

C. Wetterich



Quanten – Teilchen
und
klassische Teilchen

Quanten–Teilchen | klassische Teilchen

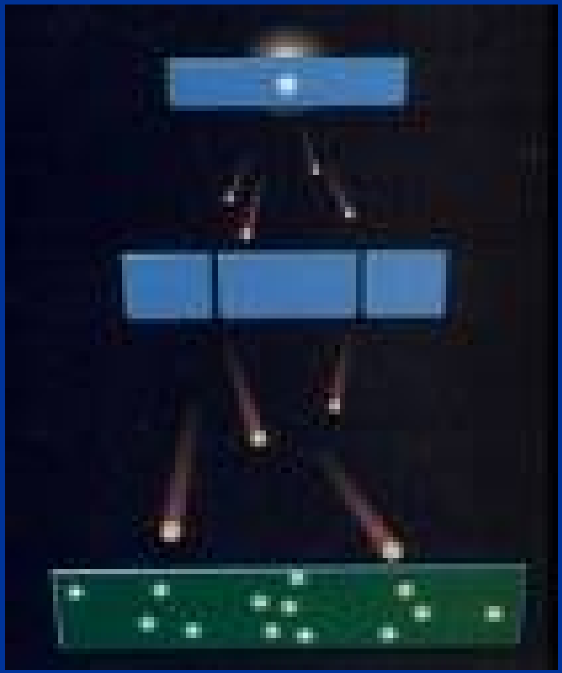
Quanten–Teilchen

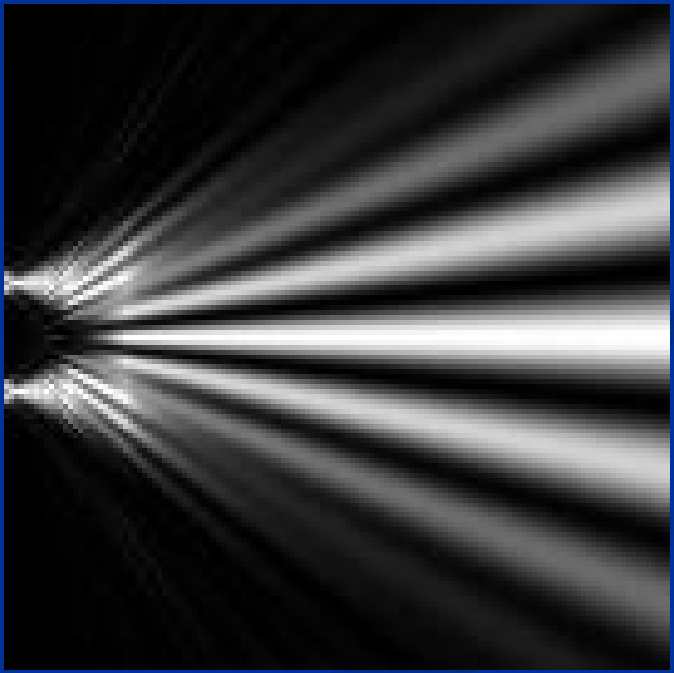
- Teilchen-Welle Dualität
- Unschärfe
- keine Trajektorien
- Tunneln
- Interferenz bei Doppelspalt

klassische Teilchen

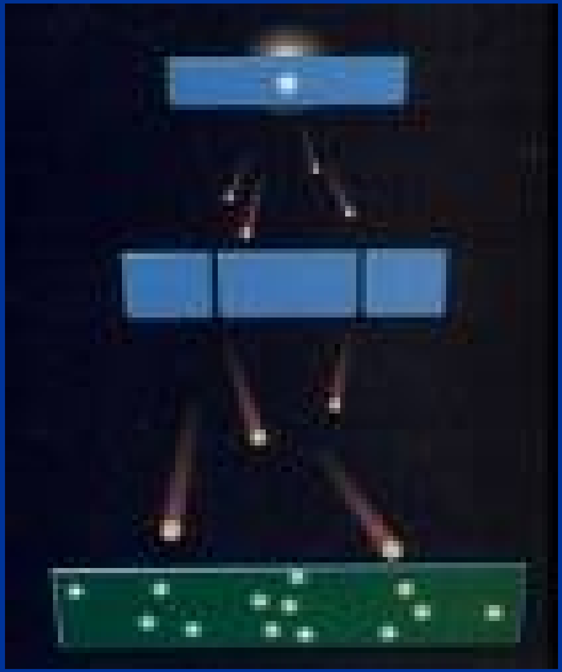
- Teilchen
- scharfer Ort und Impuls
- klassische Trajektorien
- maximale Energie beschränkt Bewegung
- nur durch einen Spalt

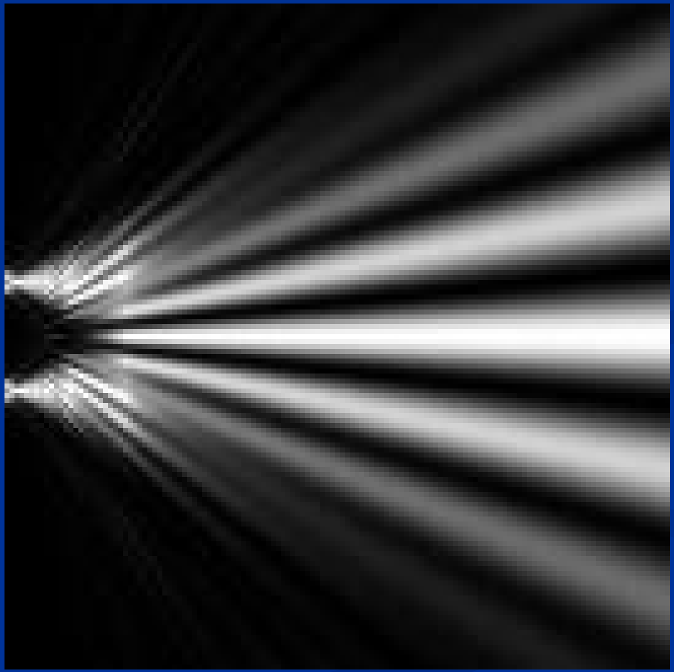
Doppelspalt - Experiment





Doppelspalt - Experiment





ein isoliertes Teilchen ! keine Wechselwirkung
zwischen Atomen , die durch Spalt fliegen

Quanten-Teilchen aus klassischen Wahrscheinlichkeiten

- Wahrscheinlichkeitsverteilung im Phasenraum für **ein** Teilchen

  w(x,p)

  $$w(x,p) \geq 0$$

  $$\int_{x,p} w(x,p) = 1$$

  wie für klassisches Teilchen !

- Observablen verschieden von klassischen Observablen

- Zeitentwicklung der Wahrscheinlichkeitsverteilung verschieden von klassischen Teilchen

Zwitter

- Keine unterschiedlichen Konzepte für klassische Teilchen und Quanten – Teilchen
- Kontinuierliche Interpolation zwischen klassischen Teilchen und Quanten – Teilchen möglich

Quantenphysik kann durch klassische Wahrscheinlichkeiten beschrieben werden !

Unterschiede zwischen Quantenphysik und klassischen Wahrscheinlichkeiten

Quanten - Konzepte

- Wahrscheinlickeits - Amplitude
- Verschränkung
- Interferenz
- Superposition von Zuständen
- Fermionen und Bosonen
- unitäre Zeitentwicklung
- Übergangsamplitude
- nicht-kommutierende Operatoren
- Verletzung der Bell’schen Ungleichung

Quantenphysik kann durch klassische Wahrscheinlichkeiten beschrieben werden !

Quantenteilchen und klassische Wahrscheinlichkeiten

Quanten–Teilchen

- Teilchen-Welle Dualität
- Unschärfe
- keine Trajektorien

- Interferenz bei Doppelspalt
- Tunneln

- Quanten - Wahrscheinlichkeit
- Schrödinger-Gleichung

klassische Teilchen

- Teilchen
- scharfer Ort und Impuls
- klassische Trajektorien

- nur durch einen Spalt
- maximale Energie beschränkt Bewegung

- klassische Wahrscheinlichkeit
- Liouville-Gleichung

Schritt 1

keine klassischen Trajektorien

Quanten–Teilchen

- Teilchen-Welle Dualität
- Unschärfe
- keine Trajektorien

- Interferenz bei Doppelspalt
- Tunneln

- Quanten - Wahrscheinlichkeit
- Schrödinger-Gleichung

klassische Teilchen

- Teilchen **– Welle Dualität**
- scharfer Ort und Impuls
- ~~klassische Trajektorien~~

- nur durch einen Spalt
- maximale Energie beschränkt Bewegung

- klassische Wahrscheinlichkeit
- Liouville-Gleichung

Quanten–Teilchen

- Quanten – Wahrscheinlichkeits-Amplitude ψ(x)
- Schrödinger-Gleichung

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi_Q(x) = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi_Q(x) + V(x)\psi_Q(x)$$

klassische Teilchen

- klassische Wahrscheinlichkeit im Phasenraum
  w(x,p)
- Liouville-Gleichung für w
  (entspricht Newton Gl.
  für Trajektorien)

$$\frac{\partial}{\partial t}w = -Lw$$

$$L = \frac{p}{m}\frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial V}{\partial x}\frac{\partial}{\partial p}$$

keine klassischen Trajektorien

auch für klassische Teilchen in der Mikrophysik :

Trajektorien mit festem Ort und Impuls zu jedem Zeitpunkt sind inadequate Idealisierung !

aber zumindest formal möglich als Grenzfall

Schritt 2

Änderung der Liouville Gleichung

Quanten–Teilchen

- Teilchen-Welle Dualität
- Unschärfe
- keine Trajektorien

- Interferenz bei Doppelspalt
- Tunneln

- Quanten - Wahrscheinlichkeit
- Schrödinger-Gleichung

klassische Teilchen

- Teilchen **– Welle Dualität**
- scharfer Ort und Impuls
- ~~klassische Trajektorien~~

- nur durch einen Spalt
- maximale Energie beschränkt Bewegung

- klassische Wahrscheinlichkeit
- ~~Liouville-Gleichung~~

Quanten–Teilchen	klassische Teilchen
▪ Teilchen-Welle Dualität ▪ Unschärfe ▪ keine Trajektorien	▪ Teilchen **– Welle Dualität** ▪ scharfer Ort und Impuls ▪ ~~klassische Trajektorien~~
▪ Interferenz bei Doppelspalt ▪ Tunneln	▪ nur durch einen Spalt **?** ▪ maximale Energie beschränkt Bewegung **?**
▪ Quanten - Wahrscheinlichkeit ▪ Schrödinger-Gleichung	▪ klassische Wahrscheinlichkeit ▪ **modifizierte Evolutionsgleichung**

Evolutionsgleichung

- Zeitentwicklung der Wahrscheinlichkeitsdichte muss als Gesetz vorgegeben werden
- nicht a priori bekannt
- Newton's Gleichung mit Trajektorien muss nur in geeignetem Grenzfall folgen

Zwitter

- *gleicher Formalismus für Quantenteilchen und klassische Teilchen*
- *unterschiedliche Zeitentwicklung der Wahrscheinlichkeitsverteilung*
- **Zwitter :**

  zwischen Quanten und klassischen Teilchen –

  kontinuierliche Interpolation der Zeitentwicklungs - Gleichung

Schritt 3

modifizierte Observablen

Quanten–Teilchen ⟸ klassische Teilchen

- Teilchen-Welle Dualität
- Unschärfe
- keine Trajektorien

- Teilchen – **Welle Dualität**
- ~~scharfer Ort und Impuls~~
- ~~klassische Trajektorien~~

- Interferenz bei Doppelspalt
- Tunneln

- ~~nur durch einen Spalt~~ **?**
- ~~maximale Energie beschränkt Bewegung~~ **?**

- Quanten - Wahrscheinlichkeit ⟸
- Schrödinger-Gleichung ⟸

- klassische Wahrscheinlichkeit
- **modifizierte Evolutionsgleichung**

Einschränkung der möglichen Information

unvollständige Statistik

Orts - Observable

- verschiedene Observablen je nach experimenteller Situation
- geeignete Observable für Mikrophysik muss gefunden werden
- klassische Ortsobservable : Idealisierung einer unendlich präzisen Auflösung
- Quanten – Observable auch mit ausgedünnter Information noch berechenbar

klassische Wahrscheinlichkeiten –
keine deterministische klassische Theorie

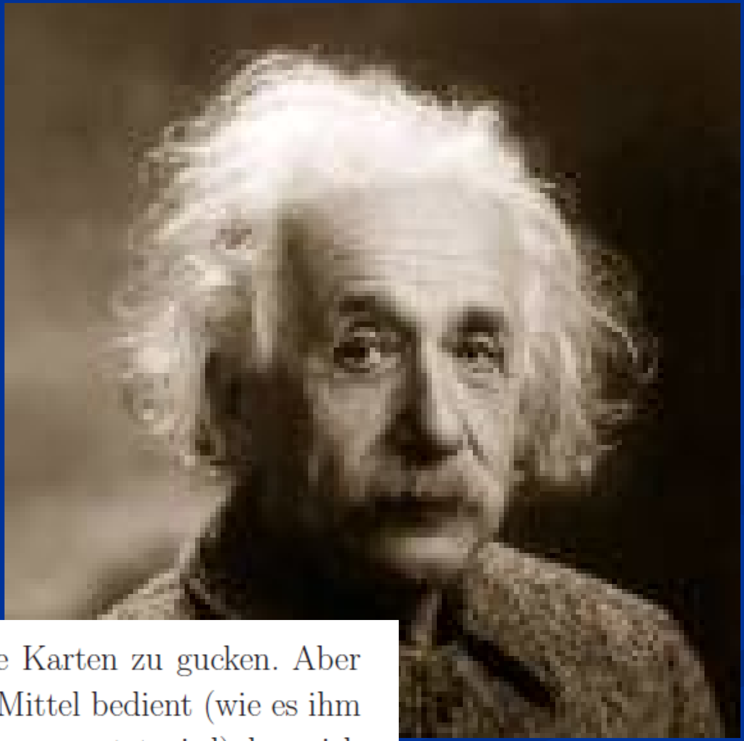
Physik beschreibt nur Wahrscheinlichkeiten

Gott würfelt

Physik beschreibt nur Wahrscheinlichkeiten

Gott würfelt

Gott würfelt nicht



"Es scheint hart, dem Herrgott in die Karten zu gucken. Aber dass er würfelt und sich telepatischer Mittel bedient (wie es ihm von der gegenwärtigen Quantentheorie zugemutet wird), kann ich keinen Augenblick glauben.."

Einstein: Brief an Cornelius Lanczos am 21. März 1942

Physik beschreibt nur Wahrscheinlichkeiten

Gott würfelt Gott würfelt nicht

Mensch kann nur Wahrscheinlichkeiten erkennen

Probabilistische Physik

- Es gibt eine Realität
- Diese kann nur durch Wahrscheinlichkeiten beschrieben werden

ein Tröpfchen Wasser …

- 10^{20} Teilchen
- elektromagnetisches Feld
- exponentielles Anwachsen der Entfernung zwischen zwei benachbarten Trajektorien

Probabilstischer Realismus

Die Grundlage der Physik sind Wahrscheinlichkeiten zur Vorhersage von reellen Ereignissen

Gesetze basieren auf Wahrscheinlichkeiten

Determinismus als Spezialfall :

Wahrscheinlichkeit für Ereignis = 1

- Gesetz der großen Zahl
- eindeutiger Grundzustand …

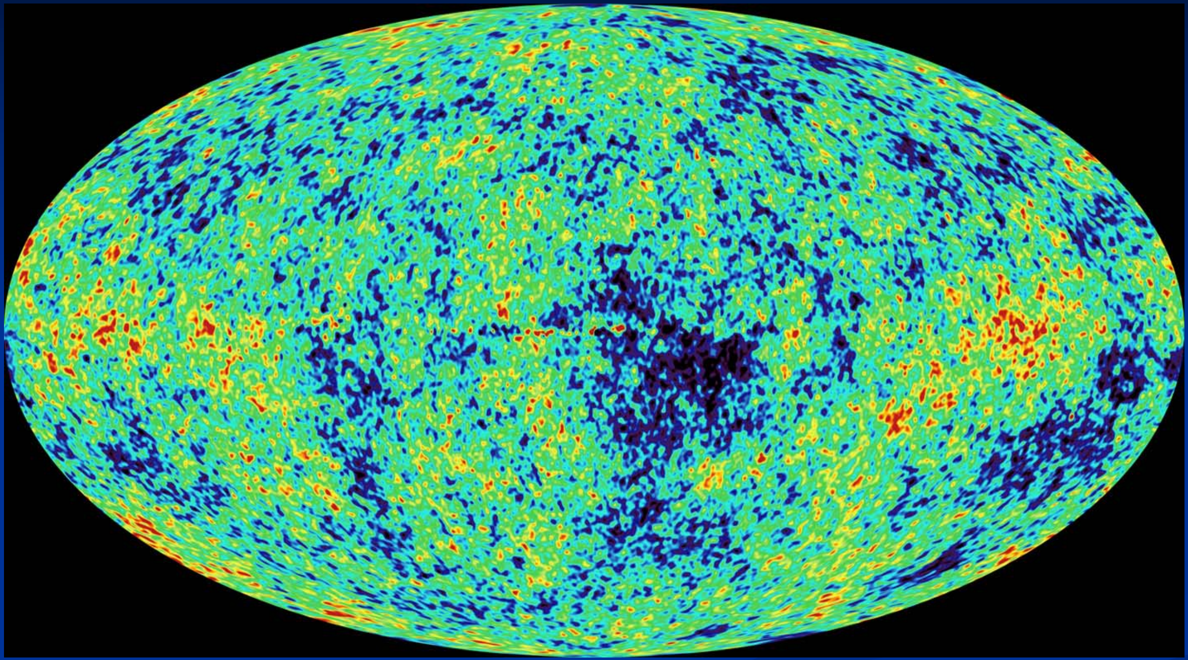
bedingte Wahrscheinlichkeit

Sequenzen von Ereignissen (Messungen) werden durch

bedingte Wahrscheinlichkeiten

beschrieben

sowohl in klassischer Statistik
als auch in Quantenstatistik

$w(t_1)$  :

nicht besonders geeignet
für Aussage , ob hier und jetzt
ein Geldstück herunterfällt

Schrödingers Katze

bedingte Wahrscheinlichkeit :
wenn Kern zerfallen
dann Katze tot mit $w_c = 1$
(Reduktion der Wellenfunktion)

Teilchen – Welle Dualität

Quanten–Teilchen

- Teilchen-Welle Dualität
- Unschärfe
- keine Trajektorien

- Interferenz bei Doppelspalt
- Tunneln

- Quanten - Wahrscheinlichkeit
- Schrödinger-Gleichung

klassische Teilchen

- Teilchen **– Welle Dualität**
- scharfer Ort und Impuls
- ~~klassische Trajektorien~~

- nur durch einen Spalt
- maximale Energie beschränkt Bewegung

- klassische Wahrscheinlichkeit
- Liouville-Gleichung

Quanten Formalismus für klassisches Teilchen

Wahrscheinlichkeitsverteilung für ein klassisches Teilchen

klassische Wahrscheinlichkeits – verteilung im Phasenraum

$$w(x, p; t)$$

Wellenfunktion für klassisches Teilchen

klassische Wahrscheinlichkeits – verteilung im Phasenraum

$$w(x, p; t)$$

Wellenfunktion für klassisches Teilchen

$$\psi_C(x, p; t)$$

(hängt von Ort und Impuls ab)

$$w = \psi_C^2$$

Wellenfunktion für ein klassisches Teilchen

$$\psi_C(x,p;t)$$

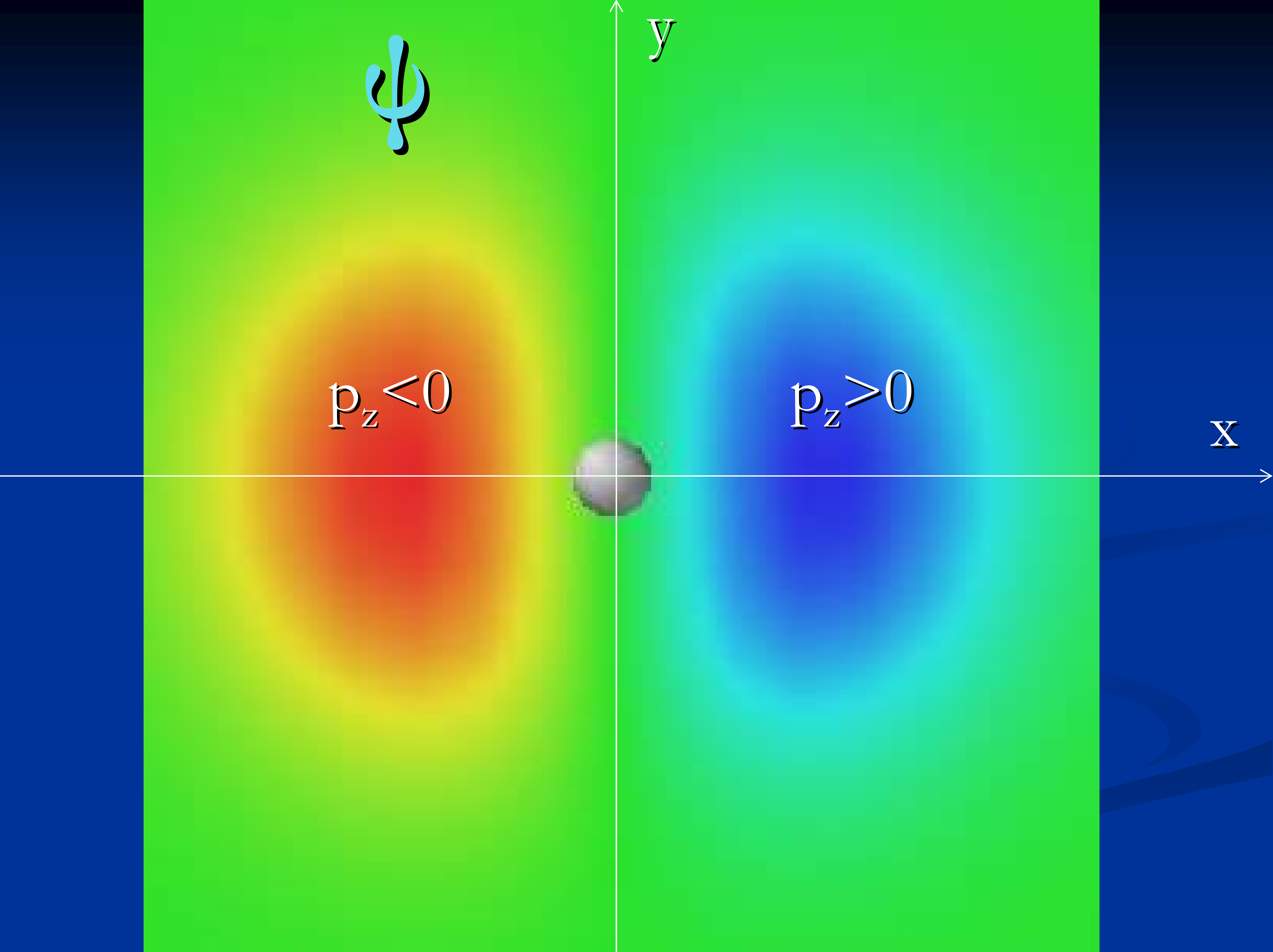
$$w=\psi_C^2$$

- reell
- hängt von Ort und Impuls ab
- Quadrat ergibt Wahrscheinlichkeit

Quantengesetze für Observable

$$\langle x^2 \rangle = \int_{x,p} \psi^*_{C}(x,p)\, x^2\, \psi_{C}(x,p)$$

$$\langle x^2 \rangle = \int_{x,p} x^2 w(x,p)$$



ψ
y
$p_z<0$
$p_z>0$
x

Liouville - Gleichung

$$\frac{\partial}{\partial t} w = -Lw$$

$$L = \frac{p}{m} \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial}{\partial p}$$

beschreibt klassische Zeitentwicklung der klassischen Wahrscheinlichkeitsverteilung für Teilchen in Potenzial V(x)

Zeitentwicklung der klassischen Wellenfunktion

$$\frac{\partial}{\partial t} w = -Lw$$

$$w = \psi_{\mathrm{C}}^2$$

$\Rightarrow$

$$\frac{\partial}{\partial t} \psi_{\mathrm{C}} = -L \psi_{\mathrm{C}}$$

$$\partial_t \psi^2 = 2\psi \partial_t \psi = -2\psi L \psi = -L\psi^2$$

Wellengleichung

$$\frac{\partial}{\partial t}\psi = -L\psi$$

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi_{C} = H_L\psi_{C}$$

$$H_L = -i\hbar L = -i\hbar\frac{p}{m}\frac{\partial}{\partial x} + i\hbar\frac{\partial V}{\partial x}\frac{\partial}{\partial p}$$

modifizierte Schrödinger - Gleichung

Wellengleichung

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t}\psi_C = H_L \psi_C$$

$$H_L = -i\hbar L = -i\hbar \frac{p}{m}\frac{\partial}{\partial x} + i\hbar \frac{\partial V}{\partial x}\frac{\partial}{\partial p}$$

fundamenale Gleichung für klassisches Teilchen in Potenzial V(x)

ersetzt Newton Gleichung

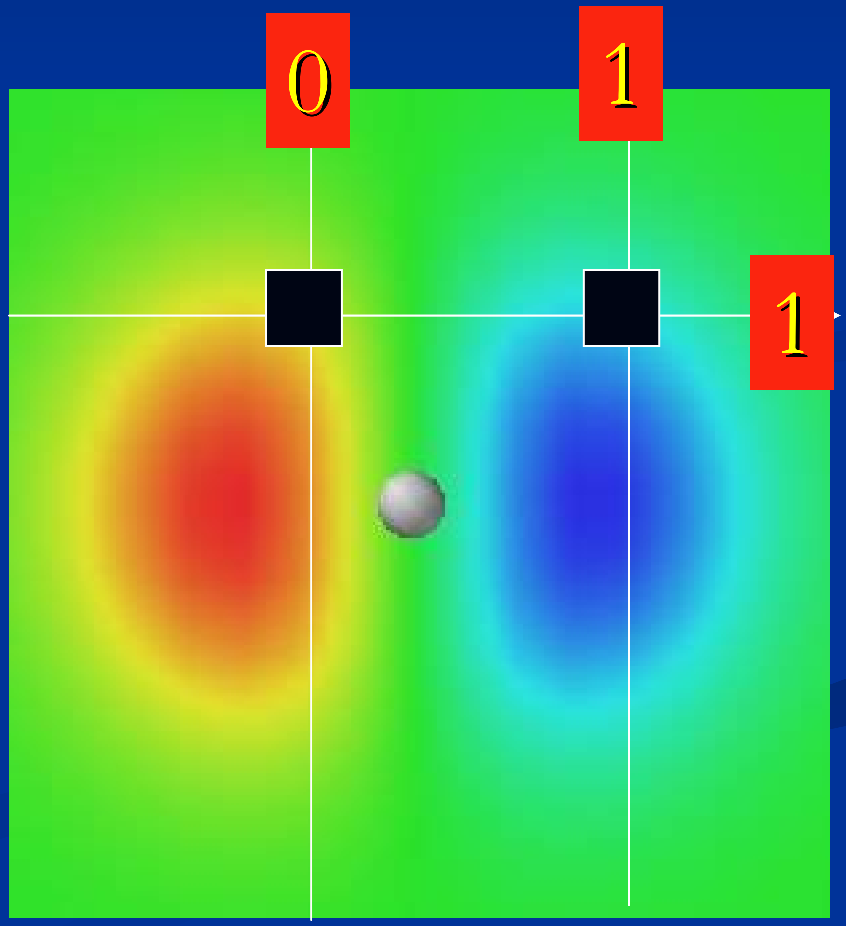
Teilchen – Welle Dualität

Welleneigenschaften der Teilchen :

kontinuierliche Wahrscheinlichkeitsverteilung

Teilchen – Welle Dualität

Experiment ob Teilchen an Ort x - ja oder nein :
diskrete Alternative



Wahrscheinlichkeitsverteilung , Teilchen an Ort x anzutreffen :
kontinuierlich

Teilchen – Welle Dualität

Alle statistischen Eigenschaften klassischer *Teilchen*

könnnen im Quanten – Formalismus beschrieben werden !

noch keine Quanten - Teilchen

Quanten – Observable
und
klassische Observable

Welche Observablen wählen ?

- Impuls: p oder $-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}$?
- Ort : x oder $i\hbar\frac{\partial}{\partial p}$?
- Verschiedene Möglichkeiten , im Prinzip der Messanordnung angepasst

Quanten - Observablen

Observablen für klassischen Ort und Impuls

$$X_{cl} = x \ , \ P_{cl} = p \ , \ [X_{cl}, P_{cl}] = 0$$

Observablen für Quanten - Ort und Impuls

$$X_Q = x + \frac{i\hbar}{2}\frac{\partial}{\partial p}$$

$$P_Q = p - \frac{i\hbar}{2}\frac{\partial}{\partial x}$$

… *kommutieren nicht*

$$[X_Q, P_Q] = i\hbar$$

Unschärfe

$$[X_Q, P_Q] = i\hbar$$

$\Rightarrow$ Heisenberg'sche Unschärfe-Relation

$$\langle P_Q^2 \rangle = \langle P_{cl}^2 \rangle + \frac{1}{16} \langle (\partial_x \ln w)^2 \rangle$$

Quanten – Observablen enthalten statistischen Anteil

(ähnlich Entropie , Temperatur)

verwende Quanten – Observablen
zur Beschreibung von
Orts- und Impuls- Messungen von Teilchen

Quanten - Zeitentwicklung

Quanten–Teilchen	klassische Teilchen
Teilchen-Welle Dualität	Teilchen **– Welle Dualität**
Unschärfe	scharfer Ort und Impuls
keine Trajektorien	~~klassische Trajektorien~~
Interferenz bei Doppelspalt	nur durch einen Spalt
Tunneln	maximale Energie beschränkt Bewegung
Quanten - Wahrscheinlichkeit	klassische Wahrscheinlichkeit
Schrödinger-Gleichung	**Liouville-Gleichung**

Quanten–Teilchen

- Teilchen-Welle Dualität
- Unschärfe
- keine Trajektorien

- Interferenz bei Doppelspalt
- Tunneln

- Quanten - Wahrscheinlichkeit
- Schrödinger-Gleichung

klassische Teilchen

- Teilchen **– Welle Dualität**
- scharfer Ort und Impuls
- ~~klassische Trajektorien~~

- nur durch einen Spalt **?**
- maximale Energie beschränkt Bewegung **?**

- klassische Wahrscheinlichkeit
- **modifizierte Evolutionsgleichung**

Modifikation der Evolution für klassische Wahrscheinlichkeitsverteilung

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi_C = H_L\psi_C$$

$$H_L = -i\hbar L = -i\hbar\frac{p}{m}\frac{\partial}{\partial x} + i\hbar\frac{\partial V}{\partial x}\frac{\partial}{\partial p}$$

$$H_L \longrightarrow H_W$$

$$H_W = -i\hbar\frac{p}{m}\frac{\partial}{\partial x} + V\left(x + \frac{i\hbar}{2}\frac{\partial}{\partial p}\right) - V\left(x - \frac{i\hbar}{2}\frac{\partial}{\partial p}\right)$$

Quantenteilchen

Evolutionsgleichung

$$\begin{aligned} \partial_t \psi_C(x,p) &= -\frac{p}{m}\partial_x \psi_C(x,p) + K(x,\partial_p)\psi_C(x,p), \\ K &= -i\left[V\left(x+\frac{i}{2}\partial_p\right) - V\left(x-\frac{i}{2}\partial_p\right)\right] \end{aligned}$$

fundamenale Gleichung für Quanten - Teilchen in Potenzial V

ersetzt Newton Gleichung

Quantenteilchen

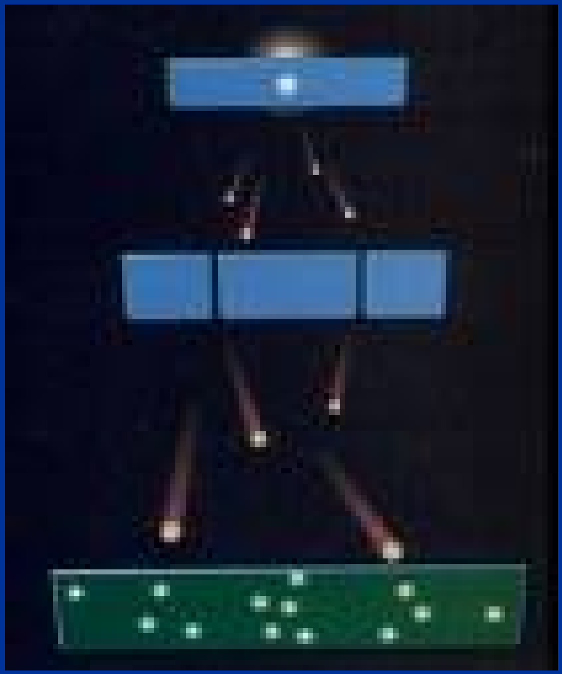
mit Evolutionsgleichung

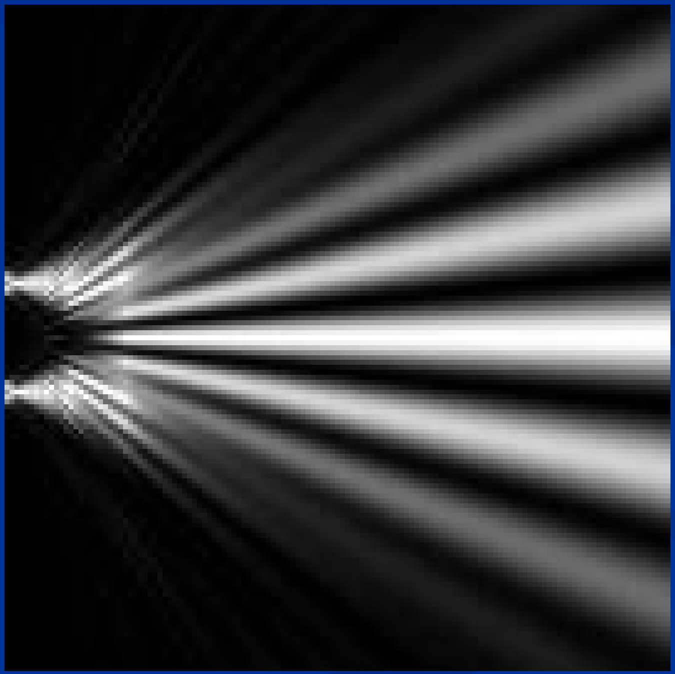
$$
\begin{aligned}
\partial_t \underset{C}{\psi}(x,p) &= -\frac{p}{m}\partial_x \underset{C}{\psi}(x,p) + K(x,\partial_p)\underset{C}{\psi}(x,p), \\
K &= -i\left[V\left(x+\frac{i}{2}\partial_p\right) - V\left(x-\frac{i}{2}\partial_p\right)\right]
\end{aligned}
$$

Quanten – Observablen erfüllen alle Vorhersagen der Quantenmechanik für Teilchen in Potenzial V

Quantenphysik kann durch klassische Wahrscheinlichkeiten beschrieben werden !

Doppelspalt - Experiment





Quantenformalismus aus klassischen Wahrscheinlichkeiten

reiner Zustand

wird beschrieben durch
quantenmechanische Wellenfunktion

$$\psi_Q(x)$$

realisiert für
klassische Wahrschein-
lichkeiten der Form

$$w(x,p) = \int_{r,r'} e^{ip(r'-r)}$$
$$\psi_Q^*\left(x+\frac{r'}{2}\right)\psi_Q\left(x-\frac{r'}{2}\right)\psi_Q^*\left(x-\frac{r}{2}\right)\psi_Q\left(x+\frac{r}{2}\right)$$

Zeitentwicklung beschrieben durch
Schrödinger – Gleichung

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi_Q(x) = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi_Q(x) + V(x)\psi_Q(x)$$

Dichte – Matrix und Wigner-transform

Wigner – transformierte Dichtematrix in der Quantenmechanik

$$\bar{\rho}_w$$

erlaubt einfache Berechnung der Erwartungswerte quanten-mechanischer Observablen

$$\langle F(X_Q, P_Q) \rangle = \int_{x,p} F(x,p)\, \bar{\rho}_w(x,p)$$

kann aus Wellenfunktion für klassisches Teilchen konstruiert werden !

$$\bar{\rho}_w(x,p) = \int_{r,r',s,s'} \psi_C\left(x + \frac{r}{2}, p + s\right) \psi_C\left(x + \frac{r'}{2}, p + s'\right) \cos(s'r - sr')$$

Quanten – Observablen und klassische Observablen

$$\langle F(X_{cl}, P_{cl}) \rangle = \int_{x,p} F(x,p) w(x,p)$$

$$\langle F(X_Q, P_Q) \rangle = \int_{x,p} F(x,p) \bar{\rho}_w(x,p)$$

Zwitter

Unterschied zwischen Quanten – Teilchen und klassischen Teilchen nur durch unterschiedliche Zeitentwicklung

$$H_L = -i\hbar L = -i\hbar \frac{p}{m}\frac{\partial}{\partial x} + i\hbar \frac{\partial V}{\partial x}\frac{\partial}{\partial p}$$

CL

kontinuierliche Interpolation

$$\tilde{H} = -i\hbar \frac{p}{m}\frac{\partial}{\partial x} + V\left(x + \frac{i\hbar}{2}\frac{\partial}{\partial p}\right) - V\left(x - \frac{i\hbar}{2}\frac{\partial}{\partial p}\right)$$

QM

Zwitter - Hamiltonian

$$H_\gamma = \cos^2\gamma H_W + \sin^2\gamma H_L$$

- $\gamma=0$: Quanten – Teilchen
- $\gamma=\pi/2$: klassisches Teilchen

Wie gut ist Quantenmechanik ?

Kleiner Parameter γ kann experimentell getestet werden

Zwitter : keine erhaltene Energie mikroskopisch

($H_\gamma = \cos^2\gamma H_W + \sin^2\gamma H_L$ ist erhalten)

Statischer Zustand: $H_\gamma \psi = 0$ oder $[H_\gamma, \rho_Q] = 0$

Grundzustand für Zwitter

statischer Zustand mit niedrigstem $\langle H_Q \rangle$

$$H_Q = \frac{1}{2m} P_Q^2 + V(X_Q)$$

Quanten - Energie

Eigenzustände für Quantenenergie $H_Q \psi_n = E_n \psi_n$

Zwitter – Grundzustand hat Beimischung von angeregten Niveaus der Quantenenergie

$$\psi_Q = \psi_0 + c_1 \sin^2 \gamma \psi_1 + \ldots$$

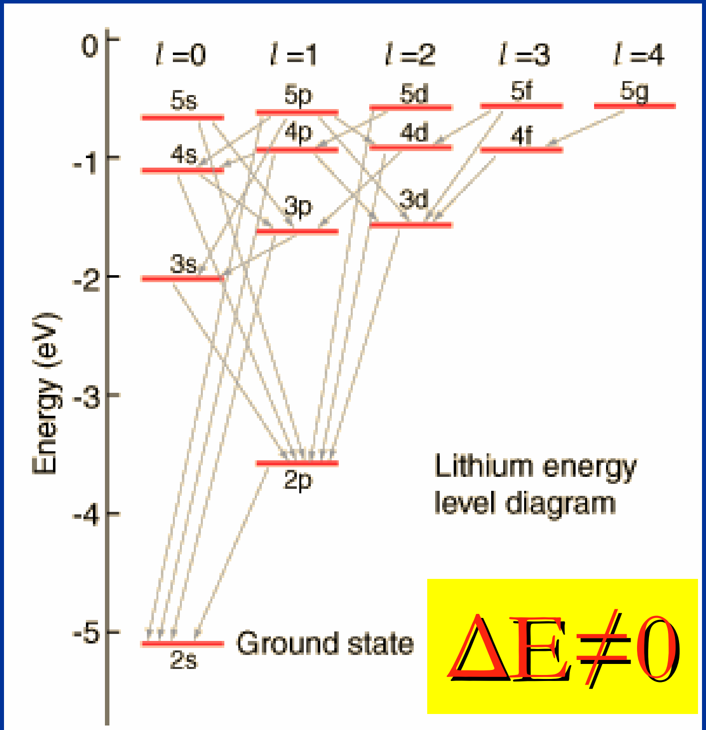
Energie – Unschärfe des Zwitter - Grundzustands

$$\Delta E = (\langle H_Q^2 \rangle - \langle H_Q \rangle^2)^{1/2} = f_1 \sin^2 \gamma |E_0|$$

auch winzige Energieveschiebung

$$\langle H_Q \rangle = E_0 + \delta E^{(\gamma)} \, , \; \delta E^{(\gamma)} = f_2 \sin^2 \gamma \Delta E$$

Experimente zur Bestimmung oder Einschänkung des Zwitter – parameters γ ?



$\Delta E \neq 0$

look for almost degenerate energy levels …?

Geschärfte Observablen – zwischen Quantum und klassisch

$$X_\beta = \cos^2\beta X_Q + \sin^2\beta X_{cl}$$
$$P_\beta = \cos^2\beta P_Q + \sin^2\beta P_{cl}$$

ß=0 : Quantenobservablen , ß=1 : klassische Observablen

$$[P_\beta, X_\beta] = -i\hbar\cos^2\beta$$

Abschwächung der Unschärferelation

$$\langle X_\beta^2 \rangle = \frac{\hbar}{4m\omega}(1 + \cos^4 \beta)$$

$$\langle P_\beta^2 \rangle = \frac{m\omega\hbar}{4}(1 + \cos^4 \beta)$$

$$\Delta X_\beta \Delta P_\beta = \frac{\hbar}{4}(1 + \cos^4 \beta)$$

Experiment ?

Quanteneilchen und klassische Statistik

- Gemeinsame Konzepte und gemeinsamer Formalismus für Quanten- und klassische Teilchen : klassische Wahrscheinlichkeits-verteilung , Wellenfunktion
- Unterschiedliche Zeitentwicklung , unterschiedliche Hamilton- Operatoren
- Kontinuierliche Interpolation zwischen Quanten- und klassischen Teilchen möglich - Zwitter

Verallgemeinerung

Quantenmechanik aus klassischen Wahrscheinlichkeiten

klassische Wahrscheinlichkeitsverteilung kann explizit angegeben werden für :

- quantenmechanisches Zwei-Zustands-System Quantencomputer : Hadamard gate
- Vier-Zustands-System (CNOT gate)
- verschränkte Quantenzustände
- Interferenz

Bell'sche Ungleichungen

werden verletzt durch bedingte Korrelationen

Bedingte Korrelationen für zwei Ereignisse
oder Messungen reflektieren bedingte Wahrscheinlichkeiten

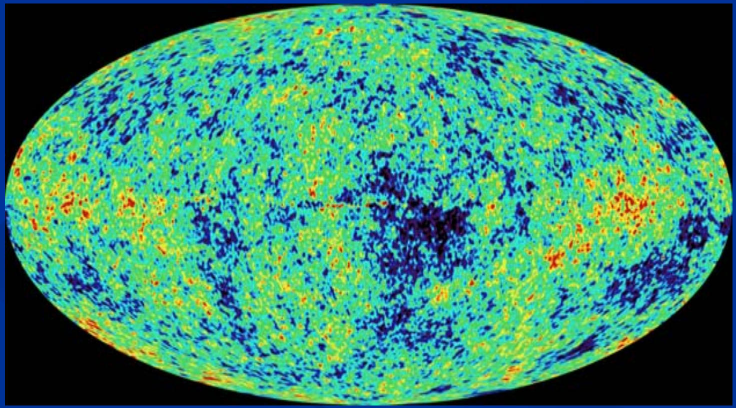
Unterschied zu klassischen Korrelationen
(Klassische Korrelationen werden implizit zur Herleitung der Bell'schen Ungleichungen verwandt.)

Bedingte Dreipunkt- Korrelation nicht kommutativ

Realität

- Korrelationen sind physikalische Realität , nicht nur Erwartungswerte oder Messwerte einzelner Observablen

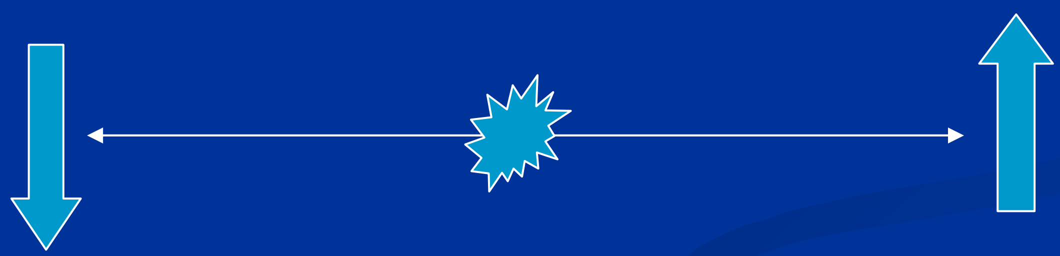
- Korrelationen können nicht-lokal sein (auch in klassischer Statistik) ; kausale Prozesse zur Herstellung nicht-lokaler Korrelationen erforderlich



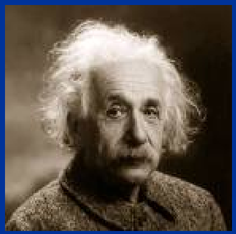
- Korrelierte Untersysteme sind nicht separabel in unabhängige Teilsysteme – Ganzes mehr als Summe der Teile

EPR - Paradoxon

Korrelation zwischen zwei Spins wird bei Teilchenzerfall hergestellt



Kein Widerspruch zu Kausalität oder Realismus wenn Korrelationen als Teil der Realität verstanden werden

( hat mal nicht Recht)

Untersystem und Umgebung: unvollständige Statistik

typische Quantensysteme sind Untersysteme
von klassischen Ensembles mit unendlich vielen
Freiheitsgraden (Umgebung)

probabilistische Observablen für Untersysteme :
Wahrscheinlichkeitsverteilung für Messwerte
in Quantenzustand

Was ist ein Atom ?

- Quantenmechanik : isoliertes Objekt
- Quantenfeldtheorie : Anregung eines komplizierten Vakuums
- Klassische Statistik : Untersystem eines Ensembles mit unendlich vielen Freiheitsgraden

Essenz des Quanten - Formalismus

Beschreibung geeigneter Untersysteme von klassischen statistischen Ensembles

1) Äquivalenz - Klassen von probabilistischen Observablen
2) Unvollständige Statistik
3) Korrelation zwischen Messungen oder Ereignissen basieren auf bedingten Wahrscheinlichkeiten
4) Unitäre Zeitentwicklung für isolierte Untersysteme

Zusammenfassung

- Quantenstatistik entsteht aus klassischer Statistik

  Quantenzustand, Superposition , Interferenz , Verschränkung , Wahrscheinlichkeits-Amplitude
- Unitäre Zeitentwicklung in der Quantenmechanik beschreibbar durch Zeitentwicklung klassischer Wahrscheinlichkeiten
- Bedingte Korrelationen für Messungen sowohl in Quantensystem als auch klassischer Statistik

Experimentelle Herausforderung

- Teste quantitativ , wie gut die Vorhersagen der Quantenmechanik erfüllt sind
- Zwitter
- Geschärfte Observablen
- Kleine Parameter : “fast Quantenmechanik “

Ende

conditional correlations

conditional probability

$$w^{AB}_{+,\alpha}$$

probability to find value +1 for product of measurements of A and B

$$\begin{aligned} w^{AB}_{+,\alpha} &= (w^A_+)^B_+ w^B_{+,\alpha} + (w^A_-)^B_- w^B_{-,\alpha} \\ w^{AB}_{-,\alpha} &= (w^A_+)^B_- w^B_{-,\alpha} + (w^A_-)^B_+ w^B_{+,\alpha} \end{aligned}$$

$$(w^A_+)^B_+$$

probability to find A=1 after measurement of B=1

… can be expressed in terms of expectation value of A in eigenstate of B

$$\begin{aligned} (w^A_\pm)^B_+ &= \frac{1}{2}(1 \pm \langle A \rangle_{+B}) \\ (w^A_\pm)^B_- &= \frac{1}{2}(1 \pm \langle A \rangle_{-B}) \end{aligned}$$

measurement correlation

$$\langle BA \rangle_m = (w_+^B)_+^A w_{+,s}^A - (w_-^B)_+^A w_{+,s}^A - (w_+^B)_-^A w_{-,s}^A + (w_-^B)_-^A w_{-,s}^A$$

After measurement A=+1 the system must be in eigenstate with this eigenvalue. Otherwise repetition of measurement could give a different result ! ρ_{A+}

$$(w_+^B)_+^A - (w_-^B)_+^A = \mathrm{tr}(\hat{B}\rho_{A+})$$

measurement changes state
in all statistical systems !

quantum and classical

eliminates possibilities that are not realized

physics makes statements
about possible
sequences of events
and their probabilities

unique eigenstates for M=2

$M = 2:$

$$\rho_{A+} = \frac{1}{2}(1 + \hat{A})$$

$$(w^B_\pm)^A_+ = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{4}\mathrm{tr}(\hat{B}\hat{A})\ ,\ (w^B_\pm)^A_- = \frac{1}{2} \mp \frac{1}{4}\mathrm{tr}(\hat{B}\hat{A})$$

eigenstates with A = 1

$$\rho_{A+} = \frac{1}{M}(1 + \hat{A} + X)\ ,\ \mathrm{tr}(\hat{A}X) = 0\ ,\ \mathrm{tr}X = 0$$

$$P = M\mathrm{tr}(\rho_{A+}^2) = 1 + \frac{1}{M}\mathrm{tr}X^2$$

$$\rho_{A+}^2 - \rho_{A+} = \frac{1}{M^2}(X^2 + \{\hat{A}, X\}) - \left(1 - \frac{2}{M}\right)\rho_{A+}$$

measurement preserves pure states if projection

$$\rho_{A+} = \frac{1}{2(1 + \langle A \rangle)}(1 + \hat{A})\rho(1 + \hat{A})$$

measurement correlation equals quantum correlation

$$\langle BA \rangle_m = \frac{1}{2}\mathrm{tr}(\{\hat{A},\hat{B}\}\rho)$$

probability to measure A=1 and B=1 :

$$w_{++} = \frac{1}{4}(1 + \langle A \rangle + \langle B \rangle + \langle AB \rangle_m)$$

$$w_{++} = \frac{1}{4}\Big(1 + e_k^{(A)} e_k^{(B)} + \rho_k [e_k^{(A)} + e_k^{(B)} + d_{mlk} e_m^{(A)} e_l^{(B)}]\Big)$$

probability that A and B have both the value +1 in classical ensemble

$$p_{++} = \frac{1}{4}(1 + \langle A \rangle + \langle B \rangle + \langle A \cdot B \rangle)$$

$$\langle A \cdot B \rangle = \sum_\tau p_\tau A_\tau B_\tau$$

not a property of the subsystem

probability to measure A and B both +1

$$w_{++} = \frac{1}{4}(1 + \langle A \rangle + \langle B \rangle + \langle AB \rangle_m)$$

$$w_{++} = \frac{1}{4}\left(1 + e_k^{(A)} e_k^{(B)} + \rho_k [e_k^{(A)} + e_k^{(B)} + d_{mlk} e_m^{(A)} e_l^{(B)}]\right)$$

can be computed from the subsystem

sequence of three measurements and quantum commutator

$$
\begin{aligned}
\langle ABC\rangle_m - \langle ACB\rangle_m &= \frac{1}{4}\mathrm{tr}\left([\hat{A},[\hat{B},\hat{C}]]\,\rho\right),\\
\langle ABC\rangle_m - \langle CBA\rangle_m &= \frac{1}{4}\mathrm{tr}\left([\hat{B},[\hat{A},\hat{C}]]\,\rho\right),\\
\langle ABC\rangle_m - \langle BAC\rangle_m &= 0
\end{aligned}
$$

two measurements commute , not three