

PRÄSENZÜBUNGSBLATT ZUR VORLESUNG THEORETISCHE PHYSIK III
(ELEKTRODYNAMIK)

Lösen der Aufgaben in den Übungen am 18.10.11

Aufgabe P1:

Der ϵ -Tensor hat die Eigenschaft (Summenkonvention!)

$$\epsilon_{ijk}\epsilon_{ilm} = \delta_{jl}\delta_{km} - \delta_{jm}\delta_{kl}.$$

Das Vektorprodukt ist definiert durch

$$(\vec{a} \times \vec{b})_i = \epsilon_{ijk}a_jb_k.$$

Zeigen Sie

- a) $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b})$
- b) $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$
- c) $\vec{\nabla} \cdot (\vec{V} \times \vec{W}) = \vec{W} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{V}) - \vec{V} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{W})$
- d) $\vec{\nabla} \times (\vec{V} \times \vec{W}) = (\vec{W} \cdot \vec{\nabla})\vec{V} - \vec{W}(\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) + \vec{V}(\vec{\nabla} \cdot \vec{W}) - (\vec{V} \cdot \vec{\nabla})\vec{W}$
- e) $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla}\psi = 0$
- f) $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{V}) = 0$
- g) $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{V}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) - \Delta\vec{V}$

Aufgabe P2:

Ein Paar von Fouriertransformierten ist gegeben durch

$$\tilde{f}(k) = \int dx f(x) e^{-ikx}, \quad f(x) = \int \frac{dk}{2\pi} \tilde{f}(k) e^{ikx}.$$

- a) Zeigen Sie, dass die Fouriertransformierte einer Fouriertransformierten wieder die Ausgangsfunktion ergibt

$$\tilde{\tilde{f}} = f.$$

Hinweis:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx e^{-ax^2+bx} = \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{b^2/(4a)}, \quad \Re a > 0.$$

- b) Wie lautet die Beziehung auf Aufgabe 1 g), wenn Sie $\vec{V}(\vec{x}) = \int \frac{dk}{2\pi} \vec{V}(k) e^{i\vec{k}\vec{x}}$ einsetzen?